

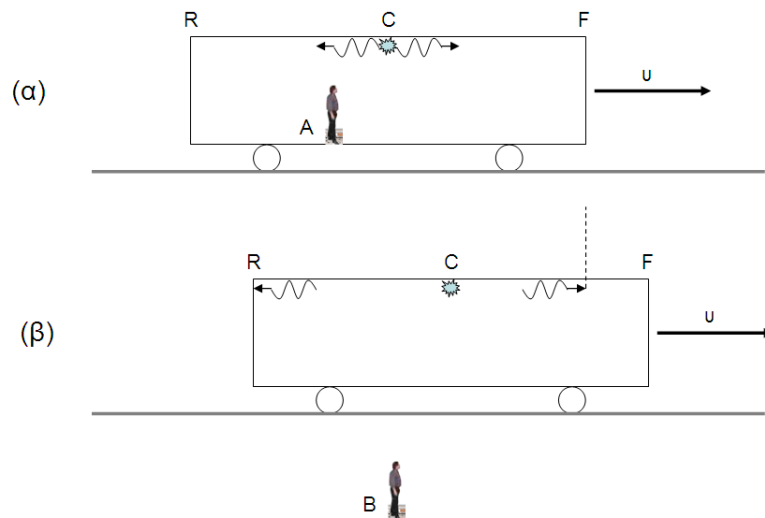
Κεφάλαιο 3 :

Διαστολή Χρόνου και Συστολή Μήκους.

3.1 Η σχετικότητα του χρόνου.

Κατά την Νευτώνειο Μηχανική ο χρόνος είναι απόλυτος, ίδιος και ανεξάρτητος από το σύστημα αναφοράς. Σύμφωνα όμως με το δεύτερο αξίωμα του Einstein η ταχύτητα του φωτός έχει την ίδια τιμή, $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 3 \times 10^8$ m/sec, σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Αυτό έχει σαν άμεσο αποτέλεσμα πως ο χρόνος πρέπει να είναι σχετικός: διαφορετικοί παρατηρητές σε καταστάσεις σχετικής κίνησης πρέπει να έχουν διαφορετικές ιδέες ως προς τη μέτρηση του χρόνου και του χρονικού διαστήματος μεταξύ γεγονότων.

Θεωρήστε το ιδεατό πείραμα το οποίο εικονίζεται στο σχήμα 3.1. Σε μια στιγμή το κεντρικό φως C στο κινούμενο βαγόνι ανάβει. Λίγο χρόνο αργότερα σύμφωνα με τον παρατηρητή B που βρίσκεται στην αποβάθρα, το φως έχει φτάσει στο πίσω σημείο R του βαγονιού αλλά δεν έχει φτάσει ακόμα στο μπροστινό σημείο F. Σύμφωνα με τον παρατηρητή A ο οποίος είναι μέσα στο βαγόνι, το φως φτάνει στα σημεία R και F, που απέχουν το ίδιο από το C ταυτόχρονα.



Σχήμα 3.1

Δύο γεγονότα (η άφιξη του φωτός στο εμπρός και πίσω μέρος του αυτοκινήτου) κρίνονται από τον Α ότι συμβαίνουν ταυτόχρονα και από τον Β ότι συμβαίνουν σε διαφορετικούς χρόνους. Προφανώς πρέπει να υπάρχει μια διαφορά ως προς τον ίδιο τον χρόνο για τους δύο παρατηρητές. Δύο συμβάντα τα οποία είναι ταυτόχρονα σε ένα σύστημα αναφοράς, δεν είναι ένα γένει ταυτόχρονα σε ένα δεύτερο σύστημα το οποίο κινείται ως προς το πρώτο. Αυτό σημαίνει πως ο ταυτοχρονισμός δεν είναι απόλυτη έννοια.

3.2 Η Διαστολή του Χρόνου.

Θεωρείστε δύο παρατηρητές, τον Ο και τον Ο' ο οποίος ταξιδεύει με σταθερή ταχύτητα v ως προς τον Ο κατά μήκους του κοινού τους άξονα $x-x'$. Ας υποθέσουμε πως ο Ο' παρατηρεί δύο γεγονότα Α και Β τα οποία συμβαίνουν στην ίδια θέση ($\Delta x' = 0$). Το χρονικό διάστημα $\Delta t' = t'_B - t'_A$ μεταξύ των δύο γεγονότων ονομάζεται *ιδιοχρόνος* ή *χρόνος ηρεμίας*.

Θεωρείστε ότι τα ίδια δύο γεγονότα Α και Β παρατηρούνται από το παρατηρητή Ο. Αυτός αναγκαστικά θα προσδιορίσει πως τα δύο αυτά γεγονότα λαμβάνουν χώρα σε διαφορετικές θέσεις ($\Delta x \neq 0$) ενώ το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_B - t_A$ το οποίο μετρά σχετίζεται με το $\Delta t'$ ως:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t' \quad \text{με } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c} \quad (3.1)$$

Σύμφωνα λοιπόν με τον ακίνητο παρατηρητή Ο το κινούμενο ρολόι του Ο' είναι πιο αργό από το δικό του κατά έναν παράγοντα γ^{-1} . Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως *διαστολή χρόνου*.

Στο παραπάνω παράδειγμα θεωρήσαμε πως τα γεγονότα Α και Β συμβαίνουν στην ίδια θέση ($\Delta x' = 0$) για τον παρατηρητή Ο'. Εάν θεωρήσουμε πως τα γεγονότα Α και Β γίνονται στην ίδια θέση ($\Delta x = 0$) για τον παρατηρητή Ο τότε θα καταλήξουμε σε αντίστοιχα αποτελέσματα: ότι δηλαδή $\Delta x' \neq 0$ και $\Delta t' = \gamma \Delta t$. Δηλαδή με απλά λόγια η διαστολή του χρόνου ισχύει και προς τις δύο κατευθύνσεις υπό παρόμοιες συνθήκες.

Το παραπάνω αποτελεί απόρροια της **Αρχής της Αμοιβαιότητας** η οποία προκύπτει από την ισοδυναμία των Αδρανειακών Συστημάτων (πρώτο αξίωμα του Einstein). Την Αρχή της Αμοιβαιότητας μπορούμε να την εκφράσουμε ως εξής: «Εάν δύο αδρανειακοί παρατηρητές Ο και Ο' εκτελέσουν το ίδιο πείραμα τότε η περιγραφή του Ο για το πείραμα του Ο' είναι η ίδια με την περιγραφή του Ο' για το πείραμα του Ο». Οι συνέπειες της Αρχής της Αμοιβαιότητας είναι οι ακόλουθες:

- Οι αποστάσεις οι οποίες είναι κάθετες στη διεύθυνση της κίνησης παραμένουν οι ίδιες.
- Οι δύο παρατηρητές συμφωνούν για τη σχετική τους ταχύτητα (εκτός του διαφορετικού προσήμου).
- Γεγονότα τα οποία συμπίπτουν στο χώρο και τον χρόνο σε ένα αδρανειακό σύστημα οφείλουν να συμπίπτουν σε όλα. Δηλαδή εάν $\Delta x = 0$, $\Delta t = 0$ τότε θα έχουμε και $\Delta x' = 0$, $\Delta t' = 0$. Θεωρήστε για παράδειγμα την διάσπαση ενός πιονίου σε ένα μιονίο και ένα νετρίνο του μιονίου. Όλοι οι παρατηρητές θα συμφωνήσουν πως τα φαινόμενα της καταστροφής του πιονίου και της δημιουργίας των νέων σωματίων συνέβησαν στην ίδια θέση ταυτόχρονα. Ένα τέτοιο γεγονός μπορούμε να πούμε πως είναι ένα μοναδικό γεγονός.

3.3 Η Συστολή του Μήκους.

Σε αναλογία με τον ιδιοχρόνο μπορούμε να ορίσουμε το *ιδιομήκος* ενός αντικειμένου ως το μήκος που έχει στο σύστημα αναφοράς στο οποίο ηρεμεί. Θεωρείστε δύο παρατηρητές, τον Ο και τον Ο' ο οποίος ταξιδεύει με σταθερή ταχύτητα v ως προς τον Ο κατά μήκος του κοινού τους άξονα $x-x'$. Θεωρήστε επίσης έναν χάρακα ο οποίος είναι τοποθετημένος παράλληλα στον κοινό άξονα $x-x'$ και βρίσκεται σε ακινησία ως προς τον κινούμενο παρατηρητή Ο'. Αυτό σημαίνει πως το ιδιομήκος του χάρακα είναι L' . Το μήκος L του χάρακα που μετρά ο παρατηρητής Ο δίνεται από την:

$$L = L' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{L'}{\gamma} \quad \text{με } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c} \quad (3.2)$$

Από την παραπάνω συμπεραίνουμε πως όταν ένα αντικείμενο κινείται με ταχύτητα v έχει μετρούμενο μήκος μικρότερο από το ιδιομήκος του κατά έναν παράγοντα $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *συστολή του μήκους* (συστολή Lorentz) και συμβαίνει μόνο κατά την διεύθυνση της κίνησης.

3.4 Λυμένα Προβλήματα

3.4.1 Ο μέσος χρόνος ζωής μιονίων τα οποία κινούνται με ταχύτητα $v = 0.95c$ είναι $6 \times 10^{-6} \text{ sec}$. Υπολογίστε το μέσο χρόνο ζωής των μιονίων στο σύστημα αναφοράς τους.

Ο μέσος χρόνος ζωής των μιονίων στο σύστημα αναφοράς τους είναι ο ιδιοχρόνος τους, άρα έχουμε:

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = (6 \times 10^{-6}) \cdot \sqrt{1 - (0.95)^2} \text{ sec} = 1.87 \times 10^{-6} \text{ sec}$$

3.4.2 Τα πιόνια έχουν χρόνο ημίσειας ζωής $t_{1/2} = 1.8 \times 10^{-8} \text{ sec}$. Μια δέσμη πιονίων βγαίνει από έναν επιταχυντή με ταχύτητα $v = 0.8c$. (α) Υπολογίστε κλασικά το διάστημα που απαιτείται να διασπαστούν τα μισά πιόνια. (β) Υπολογίστε το ίδιο διάστημα εφαρμόζοντας την θεωρία της σχετικότητας.

(α) Στην κλασική φυσική έχουμε:

$$s = v \cdot t_{1/2} = (0.8 \times 3 \times 10^8 \text{ m/sec}) (1.8 \times 10^{-8} \text{ sec}) = 4.32 \text{ m}$$

(β) Ο χρόνος ημίσειας ζωής $t_{1/2}$ ορίζεται στο σύστημα ηρεμίας των πιονίων. Στο σύστημα του εργαστηρίου τα πιόνια κινούνται με $v = 0.8c$. Για έναν ακίνητο παρατηρητή στο σύστημα του εργαστηρίου ο χρόνος ημίσειας ζωής των πιονίων πρέπει να είναι αυξημένος λόγω του φαινομένου της διαστολής του χρόνου και δίνεται από την:

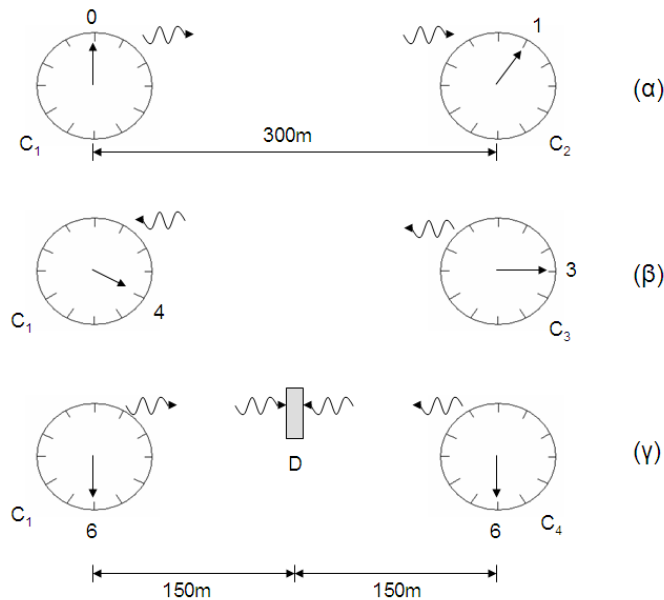
$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t_{1/2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1.8 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - (0.8)^2}} \text{ sec} = 3 \times 10^{-8} \text{ sec}$$

Έτσι στο σύστημα του εργαστηρίου τα πιόνια διανύουν απόσταση ίση με:

$$d = v \cdot \Delta t = (0.8 \times 3 \times 10^8 \text{ m/sec}) (3 \times 10^{-8} \text{ sec}) = 7.20 \text{ m}$$

3.4.3 Μια και τα ρολόγια που κινούνται το ένα σε σχέση με το άλλο δείχνουν διαφορετικούς χρόνους, εισάγεται το εξής πρόβλημα: Πως μπορεί κάποιος να ισχυριστεί πως τα ρολόγια τα οποία βρίσκονται σε διαφορετικές θέσεις στο ίδιο σύστημα αναφοράς είναι συγχρονισμένα, δηλαδή δείχνουν την ίδια ένδειξη στον ίδιο χρόνο; Σκεφτείτε έναν τρόπο να συγχρονίζετε τα ρολόγια.

Η θεωρία της σχετικότητας προσφέρει ένα πρακτικό ορισμό του συγχρονισμού, χρησιμοποιώντας παλμούς φωτός για να συνδέσει τα διάφορα ρολόγια. Θεωρήστε για παράδειγμα, ένα ρολόι C_1 που έχει ρυθμιστεί να εκπέμπει ένα φωτόνιο κατά την στιγμή που δείχνει μηδέν (Σχήμα 3.2 (α)). Ένα άλλο ρολόι C_2 , πανομοιότυπης κατασκευής, βρίσκεται σε ηρεμία σχετικά με το C_1 σε μια απόσταση $d=300\text{m}$. Το ρολόι C_2 έχει τεθεί να δείχνει $t=1\mu\text{sec}$ όταν δεχθεί το φωτόνιο. Με αυτόν τον τρόπο, αφού το φωτόνιο έχει μεταφέρει το “μήνυμα” του από το C_1 στο C_2 , λέμε, εξ’ ορισμού πως τα δύο ρολόγια είναι συγχρονισμένα.



Σχήμα 3.2

Η συνέπεια του παραπάνω ορισμού μπορεί να ελεγχθεί με διάφορους τρόπους. Ένας τρόπος φαίνεται Σχήμα 3.2(β): Αν το ρολόι C_2 εκπέμπει ένα φωτόνιο σε $t=3\mu\text{sec}$, το ρολόι C_1 θα πρέπει να δείχνει $t=4\mu\text{sec}$ όταν δεχθεί το φωτόνιο. Ένας άλλος τρόπος ελέγχου φαίνεται στο Σχήμα 3.2(γ): Ο ανιχνευτής D δέχεται ταυτόχρονα δύο φωτόνια. Τα ρολόγια είναι σύγχρονα εάν έδειχναν τις ίδιες ενδείξεις όταν εξέπεμψαν τα φωτόνια.

Με τον παραπάνω τρόπο είναι δυνατόν σε ένα σύστημα αναφοράς να συγχρονιστεί οποιοσδήποτε αριθμός ρολογιών. Ο συγχρονισμός των ρολογιών είναι μια σχετική αρχή. Αποτελεί θέμα *συμφωνίας* για παρατηρητές ακίνητους μεταξύ τους και θέμα *διαφωνίας* για παρατηρητές που κινούνται ο ένας σε σχέση με τον άλλο.

3.4.4 Θεωρείστε δύο παρατηρητές, τον Ο και τον Ο' ο οποίος ταξιδεύει με σταθερή ταχύτητα $υ$ ως προς τον Ο κατά μήκος του κοινού τους άξονα $x-x'$. Ένας χάρακας σύμφωνα με τον παρατηρητή Ο' σχηματίζει γωνία 30° με τον άξονα x' . Σύμφωνα με το παρατηρητή Ο ο ίδιος χάρακας σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα x . Ποια είναι η ταχύτητα $υ$;

Έστω L' το μήκος του χάρακα στο σύστημα του παρατηρητή O' . Έχουμε:

$$\begin{aligned} L'_y &= L' \cdot \sin(\theta') \\ L'_x &= L' \cdot \cos(\theta') \end{aligned} \quad (1)$$

Για τον παρατηρητή O έχουμε:

$$\begin{aligned} L_y &= L'_y \\ L_x &= L'_x \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned} \quad (2)$$

Λαμβάνοντας υπ' όψη τις (1) και (2) έχουμε:

$$\begin{aligned} \tan(\theta) &= \frac{L_y}{L_x} = \frac{L'_y}{L'_x \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{L' \cdot \sin(\theta')}{L' \cdot \cos(\theta') \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \tan(\theta') \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \\ \tan(\theta) &= \tan(\theta') \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \tan(45^\circ) = \tan(30^\circ) \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v = 0.816c \end{aligned}$$

3.4.5 Ένα διαστημόπλοιο με ιδιομήκος 300m κάνει 0.750μsec για να προσπεράσει έναν ακίνητο παρατηρητή πάνω στη Γη. Υπολογίστε την ταχύτητα του διαστημοπλοίου σύμφωνα με τον παρατηρητή πάνω στη Γη.

Στο κινούμενο σύστημα του διαστημοπλοίου το μήκος του είναι $L' = 300m$.

Για τον ακίνητο παρατηρητή στη Γη έχουμε: $L = \frac{L'}{\gamma}$ και $\Delta t = 0.750\mu sec$. Είναι όμως:

$$\Delta t = \frac{L}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{L'}{\gamma v} \Rightarrow \gamma v = \frac{L'}{\Delta t} \Rightarrow \gamma \beta c = \frac{L'}{\Delta t} \Rightarrow \beta c = \frac{L'}{\Delta t} \sqrt{1 - \beta^2}$$

Υψώνοντας στο τετράγωνο έχουμε:

$$\begin{aligned} \beta^2 c^2 &= \left(\frac{L'}{\Delta t} \right)^2 (1 - \beta^2) \Rightarrow \beta^2 = \frac{(L' / \Delta t)^2}{c^2 + (L' / \Delta t)^2} = \frac{(4 \times 10^8)^2}{(3 \times 10^8)^2 + (4 \times 10^8)^2} = 0.64 \Rightarrow \\ \Rightarrow \beta &= 0.8 \Rightarrow v = 0.8c \end{aligned}$$

3.4.6 Ένα ατομικό ρολόι κινείται με ταχύτητα $v = 1000 \text{ Km/h}$ για μία 1.00h ώρα όπως αυτή μετριέται με ένα ολόιδιο ρολόι που βρίσκεται ακίνητο στην επιφάνεια της Γης. Εάν μετά το τέλος του ταξιδιού τα δύο ρολόγια συγκριθούν ποια θα είναι η διαφορά τους; Ποιο θα πηγαίνει πίσω;

Το ατομικό ρολόι κινείται με ταχύτητα $v = 1000 \text{ Km/h} = 277.8 \text{ m/sec}$ άρα :

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{277.8 \text{ m/sec}}{3 \times 10^8 \text{ m/sec}} = 9.26 \times 10^{-7} \quad (1)$$

Για έναν παρατηρητή πάνω στη Γη $\Delta t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ sec}$. Ισχύει όμως πως:

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma} = \Delta t \sqrt{1 - \beta^2} \quad (2)$$

Σε περιπτώσεις όπου $\beta \ll 1$ είναι πολύ χρήσιμα τα παρακάτω αναπτύγματα:

$$\sqrt{1 - \beta^2} \cong 1 - \frac{1}{2} \beta^2$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cong 1 + \frac{1}{2} \beta^2$$

Έτσι η (2) γίνεται:

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \beta^2} = \Delta t \left(1 - \frac{1}{2} \beta^2 \right) \Rightarrow$$

$$\Delta t - \Delta t' = \frac{1}{2} \beta^2 \Delta t = 0.5 (9.26 \times 10^{-7})^2 (3600 \text{ sec}) = 0.5 (85.74 \times 10^{-14}) (3600 \times 10^9) \text{ nsec} \Rightarrow$$

$$\Delta t - \Delta t' = 1.54 \text{ nsec}$$

Το ρολόι που κινείται θα πηγαίνει 1.54 nsec πίσω σε σχέση με το ρολόι πάνω στη Γη.

3.5 Προβλήματα

3.5.1 Πόση πρέπει να είναι η ταχύτητα ενός διαστημοπλοίου το οποίο απομακρύνεται από την Γη έτσι ώστε οι αστροναύτες του να γερνούν στο μισό ρυθμό από ότι οι άνθρωποι πάνω στη Γη;

(Απάντηση: $v = 0.866c$)

3.5.2 Ένα σωματίδιο κινείται στο σύστημα του εργαστηρίου με ταχύτητα $v = 0.8c$ και διασπάται αφού διανύσει 3m. Ποιος είναι ο χρόνος ζωής του στο σύστημα ηρεμίας του;

(Απάντηση: $0.75 \times 10^{-8} \text{ sec}$).

3.5.3 Ένας κύβος στο σύστημα ηρεμίας του έχει όγκο $V = 1000 \text{ cm}^3$. Ένας παρατηρητής O' κινείται με ταχύτητα $v = 0.8c$ κατά την διεύθυνση μιας ακμής του κύβου. (α) Πόσος είναι ο όγκος του κύβου σύμφωνα με τον παρατηρητή O' . (β) Πόσος είναι ο όγκος του κύβου σύμφωνα με τον παρατηρητή O' εάν αυτός κινείται με την ίδια ταχύτητα παράλληλα σε μια διαγώνιο μιας έδρας του κύβου.

(Απάντηση: $V' = 600 \text{ cm}^3$).

3.5.4 Ένα διαστημόπλοιο προσπερνά την Γη με ταχύτητα v . Ένας αστροναύτης μέσα στο διαστημόπλοιο βλέπει πως η Γη έχει ελλειπτικό σχήμα με τον μέγιστο άξονα της έλλειψης έξι φορές μεγαλύτερο από τον μικρό. Ποια η ταχύτητα v του διαστημοπλοίου;

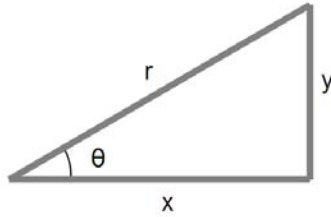
(Απάντηση: $v = 0.986c$).

3.5.5 Το ορθογώνιο τρίγωνο το οποίο εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα βρίσκεται σε ηρεμία. Για έναν παρατηρητή ο οποίος κινείται παράλληλα προς την πλευρά x με ταχύτητα $v = \beta c$ το τρίγωνο έχει πλευρές x' και y' , υποτείνουσα r' και εσωτερική γωνία θ' . (α) Γιατί ο κινούμενος παρατηρητής συμφωνεί με έναν ακίνητο ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο; (β) Αποδείξτε πως οι γωνίες θ και θ' συνδέονται με την σχέση:

$$\tan(\theta') = \frac{\tan(\theta)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

(γ) Αποδείξτε πως τα r και r' συνδέονται με την σχέση:

$$r' = r \sqrt{1 - \beta^2 \cos^2(\theta)}$$



3.5.6 Ο οδηγός ενός νοικιασμένου σχετικιστικού αυτοκινήτου επιστρέφει το αυτοκίνητό του μετά από μία ώρα οδήγηση κατά την άποψη του. Ο πράκτορας που του το νοίκιασε λέει πως το αυτοκίνητο οδηγήθηκε επί δύο ώρες. Με ποια ταχύτητα έτρεχε το αυτοκίνητο;
(Απάντηση: $v = 0.866c$).

3.5.7 Ένα τετράγωνο στο σύστημα ηρεμίας του έχει εμβαδόν $E = 400\text{cm}^2$. Ένας παρατηρητής κινείται παράλληλα σε μια διαγώνιό του με ταχύτητα $v = 0.8c$. Πόσο είναι το εμβαδό του τετραγώνου σύμφωνα με αυτόν τον παρατηρητή;
(Απάντηση: $E' = 240\text{cm}^2$).

3.5.8 Ένα μιονίο δημιουργείται, από την αλληλεπίδραση ενός κοσμικού πρωτονίου με την ατμόσφαιρα, σε ύψος 10Km από την επιφάνεια της Γης. Πόση πρέπει να είναι η ταχύτητα του μιονίου ώστε να φτάσει μέχρι την επιφάνεια της Γης; Ο χρόνος ζωής των μιονίων στο σύστημα ηρεμίας τους είναι $2.2\mu\text{sec}$.
(Απάντηση: $v = 0.9978c$).

3.5.9 Ο Πέτρος και ο Παύλος είναι δίδυμοι. Σε ηλικία 20 ετών ο Πέτρος μπαίνει σε ένα διαστημόπλοιο το οποίο κινείται με ταχύτητα $v = 0.8c$ και πηγαίνει σε ένα κοντινό άστρο. Μόλις φτάνει σε αυτό αμέσως ξεκινάει το ταξίδι της επιστροφής. Φτάνει στη Γη σε ηλικία 28 ετών. (α) Ποια είναι η ηλικία του Παύλου την στιγμή της επιστροφής του Πέτρου (β) Σε ποια απόσταση από την Γη βρίσκεται ο αστέρας που επισκέφθηκε ο Πέτρος;
(Απάντηση: α) 13.3γ β) $4.964 \times 10^{16}\text{m}$).

3.5.10 Δύο παρατηρητές Α και Β στέκονται ο ένας σε απόσταση 50cm από τον άλλο. Καθώς μια ράβδος μήκους 1m περνά δίπλα τους, βρίσκουν ότι είναι απέναντι στα δύο άκρα της ράβδου συγχρόνως. (α) ποια η ταχύτητα της ράβδου; (β) Για έναν παρατηρητή στο σύστημα αναφοράς της ράβδου πόσο απέχουν οι Α και Β;
(Απάντηση: α) $v = 0.886c$ β) 25cm).

3.5.11 Ένα διαστημόπλοιο εκτοξεύεται από την Γη. Μετά από μια μικρή περίοδο επιτάχυνσης αποκτά σταθερή ταχύτητα ίση με $v = 0.7c$. Οι πυρηνικές μπαταρίες του παρέχουν αρκετή ενέργεια ώστε να έχει συνεχώς σε λειτουργία τον πομπό με το οποίο στέλνει δεδομένα στη Γη. Οι μπαταρίες του έχουν χρόνο ζωής 15 γ μετρημένο στο σύστημα αναφοράς του. (α) Πόση είναι η διάρκεια ζωής των μπαταριών του σύμφωνα με έναν παρατηρητή πάνω στη Γη. (β) Σύμφωνα με έναν παρατηρητή πάνω στη Γη πόσο μακριά θα βρίσκεται το διαστημόπλοιο όταν οι μπαταρίες του τελειώσουν. (γ) Σύμφωνα με έναν παρατηρητή μέσα στο διαστημόπλοιο πόσο μακριά θα βρίσκεται αυτό από την Γη όταν οι μπαταρίες του τελειώσουν. (δ) Για πόσο συνολικά χρόνο μετά την εκτόξευση του διαστημοπλοίου το κέντρο ελέγχου θα λαμβάνει δεδομένα από αυτό;

(Απάντηση: α) 21y β) 14.7ℓy γ) 10.5ℓy δ) 35.7y).

3.5.12 Τα ταξί ρουκέτες του μέλλοντος κινούνται στο ηλιακό σύστημα με ταχύτητα ίση με το μισό της ταχύτητας του φωτός. Οι οδηγοί παίρνουν 100€ την ώρα όπως την μετρούν τα ταξίμετρα. Η ομοσπονδία των οδηγών ταξί ζητά όπως η πληρωμή να γίνεται με βάση τον χρόνο της Γης και όχι τον χρόνο του ταξί. Αν γίνει δεκτό το αίτημά τους πόσο θα αυξηθεί το κόμιστρο;

3.5.13 Ένα μιονίο με ενέργεια 10 GeV επιδέχεται ένα παράγοντα διαστολής χρόνου 95. Πόσο διαφέρει η ταχύτητα του μιονίου από την ταχύτητα του φωτός.

(Απάντηση: $c - v = 5.54 \times 10^{-5} c$).

3.5.14 Τα ηλεκτρόνια σε μία τηλεόραση παλιάς τεχνολογίας επιταχύνονται στον καθοδικό της σωλήνα σε μια ταχύτητα $10^8 \text{ m/sec} = 1/3 c$. Όπως το μετράμε μέσα στο δωμάτιο, το μήκος του σωλήνα είναι 30 cm. Ποιο το μήκος του σε ένα σύστημα αναφοράς το οποίο κινείται μαζί με το ηλεκτρόνιο με την τελική του ταχύτητα;

(Απάντηση: 28.28 cm).

3.5.15 Ακίνητα φορτισμένα πιόνια έχουν ένα μέσο χρόνο ζωής ίσο με $2.6 \times 10^{-8} \text{ sec}$. Τα φορτισμένα πιόνια που αναδύονται από ένα ορισμένο επιταχυντή έχουν ταχύτητα $2.4 \times 10^8 \text{ m/sec}$ (0.8 c). α) Πόσος είναι ο μέσος χρόνος ζωής των κινούμενων πιονίων που μετράμε στο σύστημα του εργαστηρίου; β) Πόση είναι η μέση απόσταση που διάνυσαν τα πιόνια στο εργαστήριο πριν διασπαστούν; γ) Πόση είναι η μέση απόσταση από τον επιταχυντή μέχρι τα σημεία διάσπασης στο σύστημα ηρεμίας των πιονίων;

(Απάντηση: α) $4.33 \times 10^{-8} \text{ sec}$ β) 10.4m γ) 6.24m).

3.5.16 Ενώ ο Πέτρος παραμένει στη Γη, η δίδυμη αδελφή του Βαρβάρα ταξιδεύει με 60% της ταχύτητας του φωτός μέχρι ένα γειτονικό άστρο και επιστρέφει πάλι στη Γη. Και οι δύο ήταν 20 χρονών όταν άρχισε το ταξίδι και ο Πέτρος είναι 40 χρονών όταν τελειώνει. α) Πόσων χρονών ήταν η Βαρβάρα όταν το διαστημόπλοιο της αντέστρεψε την πορεία του και κατευθύνθηκε προς τη Γη; β) Πόσων χρονών είναι στο τέλος του ταξιδιού;