Κεφάλαιο 2 :
Η Αρχή της Σχετικότητας του Einstein.

2.1 Ο απόλυτος χώρος και ο αιθέρας.

Ας υποθέσουμε ότι ένας παρατηρητής μετρά την ταχύτητα ενός φωτεινού σήματος και την βρίσκει ίση με $\mathrm{c} = 3\times10^{8}\ \mathrm{m/sec}$. Σύμφωνα με τους μετασχηματισμούς ταχύτητας του Γαλιλαίου κάθε διαφορετικός παρατηρητής ο οποίος κινείται σε σχέση με τον πρώτο παρατηρητή μετρά διαφορετική ταχύτητα διάδοσης για το ίδιο φωτεινό σήμα. Το ερώτημα που τίθεται είναι τι καθορίζει το συγκεκριμένο σύστημα στο οποίο οι ακίνητοι προς αυτό παρατηρητές μετρούν την ταχύτητα διάδοσης των φωτεινών σημάτων ίση ακριβώς με $\mathrm{c} = 3\times10^{8}\ \mathrm{m/sec}$.

Πριν τον Einstein υπήρχε γενικά η πεποίθηση πως μόνο για τον παραπάνω προνομιούχο παρατηρητή ίσχυαν οι εξισώσεις του Maxwell. Οι εξισώσεις του Maxwell περιγράφουν την θεωρία του ηλεκτρομαγνητισμού και προβλέπουν πως τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα ταξιδεύουν με ταχύτητα $\mathrm{c} = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3\times10^{8}\ \mathrm{m/sec}$. Ο χώρος σε σχέση με τον οποίο ο παραπάνω προνομιούχος παρατηρητής βρίσκεται σε ακινησία ονομαζόταν “απόλυτος χώρος” και υπήρχε η πεποίθηση πως διαχέεται από ένα μέσο με εξαιρετικά μικρή συμπιεστότητα και άπειρη σκληρότητα τον “αιθέρα”.

Εάν υπήρχε ο αιθέρας, τότε ένας παρατηρητής πάνω στη Γη κινούμενος μαζί της διαμέσου του αιθέρα, θα έπρεπε να αντιλαμβάνεται την ύπαρξή του. Το 1887 οι Michelson και Morley πραγματοποιώντας ένα ιστορικό πείραμα δεν βρήκαν καμία ένδειξη για την ύπαρξη του υποτιθέμενου αιθέρα.

2.2 Η Αρχή της Σχετικότητας.

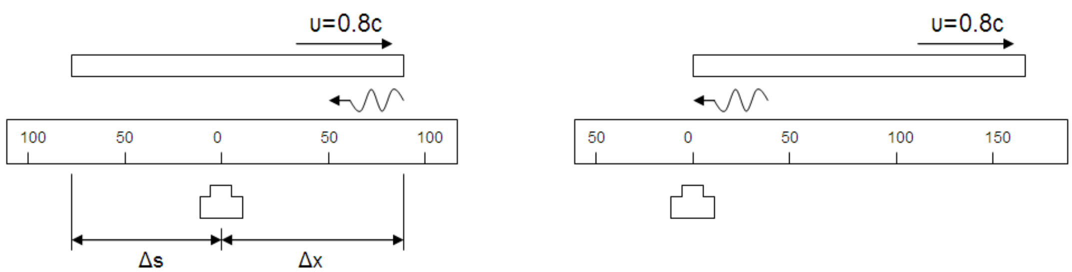
Ο Einstein απέρριψε την ιδέα της ύπαρξης του αιθέρα. Στην πρώτη του δημοσίευση για την σχετικότητα το 1905, έγραψε: “Η εισαγωγή ενός ‘φωτοβόλου αιθέρα’ θα αποδειχθεί περιττή διότι η άποψη που θα αναπτυχθεί εδώ δεν χρειάζεται ένα απόλυτα ακίνητο χώρο που να έχει ειδικές ιδιότητες”.

Η πρωτοποριακή ιδέα του Einstein, την οποία ο ίδιος αποκάλεσε Αρχή της Σχετικότητας, είναι ότι όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς πρέπει να είναι ισοδύναμα. Τα δύο αξιώματα της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας είναι τα ακόλουθα:

- Όλοι οι νόμοι της φυσικής είναι οι ίδιοι (αναλλοίωτοι) σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.
- Η ταχύτητα του φωτός έχει την ίδια τιμή, $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 3\times10^8$ m/sec, σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

2.3 Λυμένα Προβλήματα

2.3.1 Μία ράβδος κινείται από τα αριστερά προς τα δεξιά. Όταν το αριστερό άκρο της ράβδου περνάει μπροστά από μια φωτογραφική μηχανή, γίνεται η λήψη μιας φωτογραφίας της ράβδου μαζί με έναν ακίνητο χάρακα που μετρά αποστάσεις. Στη φωτογραφία φαίνεται πως το αριστερό άκρο της ράβδου βρίσκεται στην ίδια ευθεία με το μηδέν του χάρακα ενώ το δεξί της άκρο στα 0.90 m. Εάν η ράβδος κινείται με ταχύτητα 0.8c σε σχέση με την φωτογραφική μηχανή, υπολογίστε το πραγματικό μήκος της ράβδου.



Σχήμα 2.1

Για να αποτυπωθεί το οπτικό σήμα το οποίο προέρχεται από το δεξί άκρο της ράβδου στην φωτογραφία πρέπει να ξεκίνησε από το σημείο 0.90m του χάρακα σε πρώιμο χρόνο ίσο με:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = \frac{0.90\text{m}}{3\times10^8\,\text{m/sec}} = 3\times10^{-9}\,\text{sec}$$

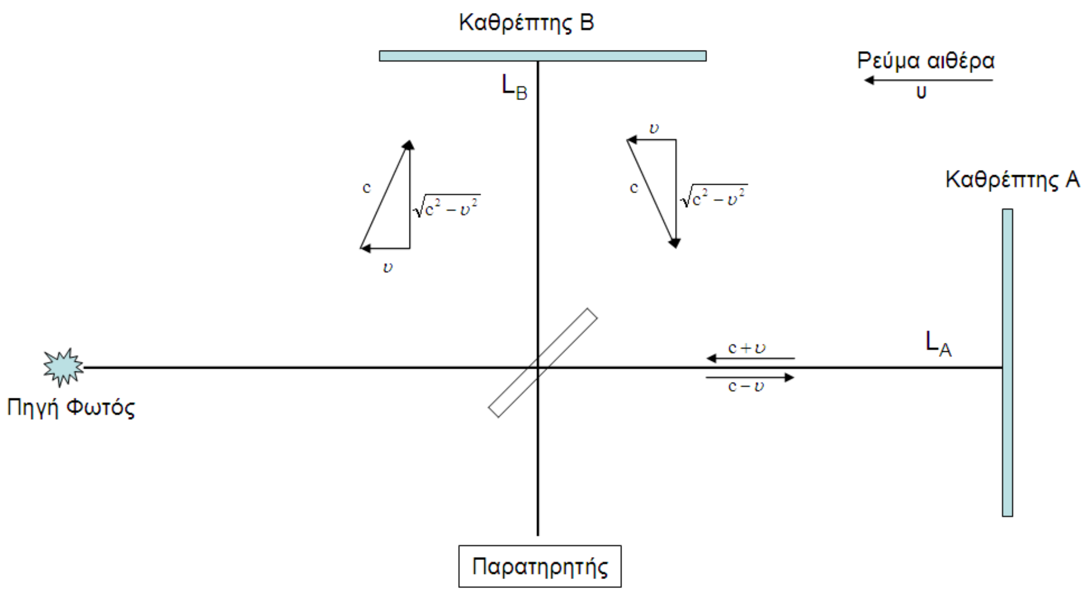
Κατά την διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος το αριστερό άκρο της ράβδου προωθήθηκε κατά διάστημα ίσο με (Σχήμα 2.1):

$$\Delta s = \upsilon\Delta t = \left(0.8\times3\times10^8\,\text{m/sec}\right)\cdot\left(3\times10^{-9}\,\text{sec}\right) = 0.72\text{m}$$

Έτσι το φυσικό μήκος της ράβδου θα είναι $L = 0.90\text{m} + 0.72\text{m} = 1.62\text{m}$. Αυτό το απλό παράδειγμα δείχνει πως μια φωτογραφία ενός κινούμενου αντικείμενου δεν δίνει το σωστό του μήκος. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι ως ένας ακίνητος παρατηρητής στη θέση της φωτογραφικής μηχανής να μετρά μικρότερο μήκος για την κινούμενη ράβδο.

2.3.2 Στο παρακάτω σχήμα 2.2 εικονίζεται ένα συμβολόμετρο Michelson-Morley προσανατολισμένο έτσι ώστε ο ένας βραχίονάς του $(\mathrm{L_A})$ να είναι παράλληλος με την διεύθυνση κίνησης του υποτιθέμενου αιθέρα. Δείξτε ότι εάν η διάταξη στραφεί κατά 90°, θα έχουμε μετατόπιση ΔN κροσσών συμβολής, όπου ο αριθμός ΔN σε πρώτη τάξη ως προς $(\upsilon/\mathrm{c})^2$ θα είναι:

$$\Delta N = \frac{\upsilon^2}{\lambda \mathrm{c}^2}\left(\mathrm{L_A} + \mathrm{L_B}\right)$$



Σχήμα 2.2

Στον βραχίονα $\mathrm{L_A}$, ο χρόνος που χρειάζεται η φωτεινή δέσμη να πάει από το ημιδιαπερατό κάτοπτρο στον καθρέπτη Α και πίσω είναι:

$$t_A = \frac{\mathrm{L_A}}{\mathrm{c} - \upsilon} + \frac{\mathrm{L_A}}{\mathrm{c} + \upsilon} = \frac{2\mathrm{L_A}/\mathrm{c}}{1 - \left(\upsilon^2/\mathrm{c}^2\right)} \qquad (1)$$

Στον βραχίονα $\mathrm{L_B}$ η ταχύτητα διάδοσης του φωτεινού σήματος προκύπτει από την διανυσματική πρόσθεση της ταχύτητας του φωτός με την ταχύτητα κίνησης του αιθέρα και είναι ίση με $\sqrt{\mathrm{c}^2 - \upsilon^2}$. Έτσι ο χρόνος που χρειάζεται η φωτεινή δέσμη να πάει από το ημιδιαπερατό κάτοπτρο στον καθρέπτη Β και πίσω είναι:

$$t_B = \frac{2\mathrm{L_B}}{\sqrt{\mathrm{c}^2 - \upsilon^2}} = \frac{2\mathrm{L_B}/\mathrm{c}}{\sqrt{1 - \left(\upsilon^2/\mathrm{c}^2\right)}} \qquad (2)$$

Υποθέτοντας πως $\upsilon/\mathrm{c} << 1$, οι χρόνοι t_A και t_B αναπτύσσονται σε όρους πρώτης τάξης ως προς $(\upsilon/\mathrm{c})^2$ ως εξής:

$$t_A \approx \frac{2\mathrm{L_A}}{\mathrm{c}}\left(1 + \frac{\upsilon^2}{\mathrm{c}^2}\right) \quad , \quad t_B \approx \frac{2\mathrm{L_B}}{\mathrm{c}}\left(1 + \frac{\upsilon^2}{2\mathrm{c}^2}\right) \qquad (3)$$

και

$$\Delta t = t_A - t_B \approx \frac{2\left(\mathrm{L_A} - \mathrm{L_B}\right)}{\mathrm{c}} + \frac{2\mathrm{L_A}\upsilon^2}{\mathrm{c}^3} - \frac{\mathrm{L_B}\upsilon^2}{\mathrm{c}^3} \qquad (4)$$

Εάν η διάταξη στραφεί κατά 90° οι βραχίονες L_A και L_B εναλλάσσονται και η νέα χρονική διαφορά $\Delta t'$ θα είναι:

$$\Delta t' = t'_A - t'_B \approx \frac{2\left(\mathrm{L_A} - \mathrm{L_B}\right)}{\mathrm{c}} + \frac{\mathrm{L_A}\upsilon^2}{\mathrm{c}^3} - \frac{2\mathrm{L_B}\upsilon^2}{\mathrm{c}^3} \qquad (5)$$

Έτσι θα παρατηρήσουμε μετατόπιση ΔN κροσσών συμβολής με:

$$\Delta N = \frac{\Delta t - \Delta t'}{T} = \frac{c\left(\Delta t - \Delta t'\right)}{\lambda} = \frac{\left(\mathrm{L_A} + \mathrm{L_B}\right)\upsilon^2}{\lambda \mathrm{c}^2} \qquad (6)$$

2.4 Προβλήματα

2.4.1 Υποθέστε ότι η ταχύτητα της Γης μέσα στον αιθέρα είναι ίση την ταχύτητα περιφοράς της γύρω από τον Ήλιο, δηλαδή $\upsilon = 10^{-4}\,\mathrm{c}$. Θεωρήστε μια διάταξη Michelson-Morley με μήκος βραχιόνων 10m, όπου ο ένας βραχίονας είναι παράλληλος με την διεύθυνση κίνησης της Γης μέσα στον αιθέρα. Υπολογίστε την χρονική διαφορά των δύο φωτεινών δεσμών.
(Απάντηση: $\Delta t = 3.33 \times 10^{-16}\,\mathrm{sec}$)

2.4.2 Στο πείραμα των Michelson-Morley χρησιμοποιήθηκε ένα συμβολόμετρο με μήκος βραχιόνων 11m και φωτεινή πηγή Νατρίου με $\lambda = 590\mathrm{nm}$. Το πείραμα είχε την ικανότητα να διακρίνει μετατοπίσεις κροσσών ίσες με 0.005 κροσσούς. Ποιο είναι το άνω όριο που θέτει στην ταχύτητα της Γης μέσα στον αιθέρα ένα αρνητικό αποτέλεσμα στο πείραμα;
(Απάντηση: $\upsilon = 3.47 \times 10^3\,\mathrm{m/sec} = 1.16 \times 10^{-5}\,\mathrm{c}$).

2.4.3 Ένας πειραματικός αποφασίζει να χρησιμοποιήσει φως laser που ανακλάται από το φεγγάρι για να ελέγξει για μια επίδραση του "ανέμου του αιθέρα". Όταν το τηλεσκόπιο είναι στη θέση Α και το φεγγάρι στη θέση M_1 (βλέπε παρακάτω σχήμα), μετρά με ακρίβεια το χρόνο του μετ' επιστροφής ταξιδιού ενός παλμού φωτός laser. Περίπου μια εβδομάδα αργότερα, όταν το τηλεσκόπιο είναι στο Β και το φεγγάρι στο M_2, μετρά πάλι το χρόνο του μετ' επιστροφής ταξιδιού. Υποθέστε πως ο φανταστικός άνεμος του αιθέρα κινείται κατά την διεύθυνση που δείχνεται με ταχύτητα $\upsilon = 10^{-4}\,c$. Για ευκολία υποθέστε ότι οι αποστάσεις M_1 και M_2 είναι ίδιες. (α) Ποιος είναι κατά προσέγγιση ο χρόνος του μετ' επιστροφής ταξιδιού για το φως που ανακλάται από το φεγγάρι; (β) Ποια είναι κατά προσέγγιση η διαφορά στους χρόνους των ταξιδιών μετ' επιστροφής για τις δύο μετρήσεις;