

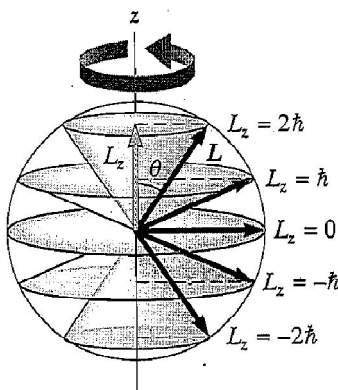
Θέμα 3^ο:

(α) [10 μονάδες]. Θεωρήστε ότι ένα ηλεκτρόνιο σε ένα άτομο βρίσκεται στην κατάσταση με κβαντικό αριθμό στροφορμής $\ell=2$. Υπολογίστε το μέτρο της $|\mathbf{L}|$ της ολικής στροφορμής, και τις επιτρεπόμενες τιμές των L_z και θ , όπου L_z η προβολή του \mathbf{L} στον άξονα z, και θ η γωνία των διανυσμάτων \mathbf{L} και L_z . Να παραστήσετε γραφικά το διανυσματικό μοντέλο των παραπάνω λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι οι τρεις συνιστώσες της στροφορμής L_x , L_y και L_z δεν μπορεί να είναι γνωστές επακριβώς.

Απάντηση:

$$|\mathbf{L}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{2(2+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar$$
$$L_z = m_l\hbar, \quad m_l \in \{l_{min}, l_{max}\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$
$$\cos\theta = \frac{L_z}{|\mathbf{L}|} = \frac{m_l}{\sqrt{6}} = \pm 0.816, \quad \pm 0.408, \quad 0$$

$$\theta = \pm 35.3^\circ, \quad \pm 65.9^\circ, \quad 90^\circ$$



(β) [10 μονάδες].

(i) Ένα ηλεκτρόνιο βρίσκεται στην κατάσταση $5D_{5/2}$. Ποιες είναι οι τιμές των κβαντικών αριθμών n, ℓ , j; Ποιο είναι το μέτρο της ολικής στροφορμής της κατάστασης; Ποια η πολλαπλότητα της κατάστασης;

(ii) Ποιοι φασματοσκοπικοί συμβολισμοί από τις παρακάτω ηλεκτρονιακές καταστάσεις είναι δυνατοί και ποιοι όχι: $2D_{1/2}$, $3D_{5/2}$, $4F_{7/2}$, $1S_{1/2}$, $1P_{1/2}$, $2P_{5/2}$.

Απάντηση:

(i) $n = 5, \ell = 2, j = 5/2$

$$|\mathbf{J}| = \sqrt{j(j+1)}\hbar = \sqrt{\frac{5}{2}\left(\frac{5}{2}+1\right)}\hbar = \sqrt{35/2}\hbar$$

$$\text{Πολλαπλότητα: } 2j+1=2\cdot 5/2+1=6$$

(ii) Δυνατοί: $3D_{5/2}$, $4F_{7/2}$, $1S_{1/2}$

Μη-δυνατοί: $2D_{1/2}$, $1P_{1/2}$, $2P_{5/2}$

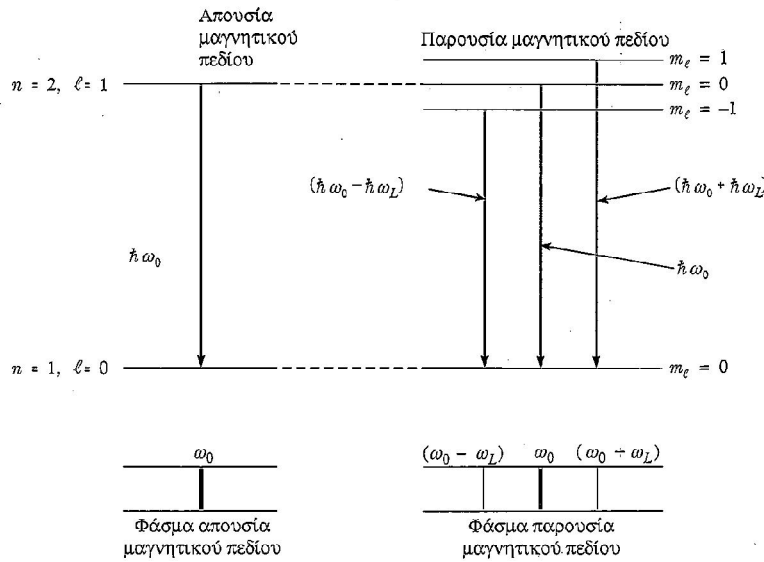
(β) [5 μονάδες]. Θα μπορούσε να εκτελεστεί το πείραμα των Stern-Gerlach με ιόντα αντί των ουδέτερων ατόμων;

Απάντηση: Όχι, διότι τα ιόντα θα υφίσταντο και μια δύναμη Lorentz $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ που θα τα εξέτρεπε από την κίνησή τους κατά τη διεύθυνση την παράλληλη προς τους πόλους του μαγνήτη.

Θέμα 4^ο:

(α) [10 μονάδες]. Περιγράψτε το ομαλό φαινόμενο Zeeman για την περίπτωση της φασματικής γραμμής Lyman ($n=2, \ell=1 \rightarrow n=1, \ell=0$). Να φτιάξετε το ενεργειακό διάγραμμα της αποδιέγερσης καθώς και το προκύπτον φάσμα περιγράφοντας τις αντίστοιχες παραμέτρους.

Απάντηση:



(β) [15 μονάδες]. Ένα μόριο CO για να μεταβεί από την περιστροφική ενεργειακή στάθμη με $\ell=0$ στη στάθμη με $\ell=1$ πρέπει να απορροφήσει φωτόνιο συχνότητας $f = 1,15 \times 10^{11}$ Hz. Ποιο είναι το μήκος ισορροπίας R του μορίου στη θεμελιώδη του κατάσταση; Δίνονται: Ατομικές μάζες C = 12 u, O = 16 u, $u = 1,66 \times 10^{-27}$ kg, $\hbar = 1,055 \times 10^{-34}$ J·sec.

Απάντηση:

Επειδή $E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2I_{CM}} l(l+1)$:

$$|\Delta E(l=0 \rightarrow l=1)| = \left| \frac{\hbar^2}{2I_{CM}} 0(0+1) - \frac{\hbar^2}{2I_{CM}} 1(1+1) \right| = \frac{\hbar^2}{I_{CM}} = \hbar\omega \Rightarrow I_{CM} = \frac{\hbar}{\omega}$$

Όπου $\omega = 2\pi f$

Είναι $I = \mu R^2$ όπου $\mu = \frac{M_C M_O}{M_C + M_O} = \frac{(12u)(16u)}{12u + 16u} = 6,86 u$. Άρα

$$R = \sqrt{\frac{I_{CM}}{\mu}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\pi f \cdot 6,86u}} = \sqrt{\frac{1,055 \times 10^{-34} \text{ J sec}}{2\pi \times 1,15 \times 10^{11} \text{ Hz}} \times \frac{1}{6,86 \times 1,66 \times 10^{-27} \text{ Kg}}} = 1,13 \text{ \AA}$$