

Φυσικό Τμήμα Παν/μιο Ιωαννίνων - Ειδική Σχετικότητα - Λυμένα Προβλήματα - I

20.10.2011

Άσκηση 1: Ραδιενεργό σωματίδιο με μηδενικό φορτίο διασπάται σε ένα ηλεκτρόνιο e^- με ταχύτητα $0.6c$, και ένα ποζιτρόνιο e^+ με ταχύτητα $0.7c$, όπως μετρώνται από παρατηρητή στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Εφαρμόσατε τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου για να βρείτε την ταχύτητα του ηλεκτρονίου στο σύστημα αναφοράς του ποζιτρονίου.

Λύση: Διαλέγουμε το θετικό άξονα των x στην διεύθυνση κίνησης του ηλεκτρονίου. Στον άξονα των x και στο σύστημα αναφοράς του Ραδιενεργού σωματιδίου έχουμε:

$$v_x(e^-) = +0.6c$$

$$v_x(e^+) = -0.7c$$

Οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου για την ταχύτητα στην περίπτωση αυτή δίνουν

$$v_x' = v_x - V = +0.6c - (-0.7c) = 1.3c$$

$$v_y' = v_y = 0$$

$$v_z' = v_z = 0$$

Το αποτέλεσμα αυτό δε συμφωνεί με την αρχή της σχετικότητας που λέει ότι κανένα σωματίδιο δε μπορεί να κινείται με ταχύτητα μεγαλύτερη αυτής του φωτός.

Άσκηση 2: Ένα Τρένο κινείται με ταχύτητα 60 Km/h και περνά από ένα σταθμό τη χρονική στιγμή $t=0$. Μετά από 20 sec ένας κεραυνός χτυπά τις γραμμές του τρένου σε απόσταση 1 Km από το σταθμό στη διεύθυνση κίνησης του τρένου. Βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου που χτύπησε ο κεραυνός στο σύστημα ενός επιβάτη του τρένου. Εφαρμόσατε τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου για τη λύση.

Λύση: Η ταχύτητα του κινούμενου συστήματος O' , που είναι πάνω στο τρένο, σε σχέση με το σύστημα O , που είναι στο σταθμό, είναι $V = 60 \text{ Km/h}$. Συνεπώς από τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου έχουμε:

$$x' = x - Vt = 10^3 \text{ m} - \frac{60 \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ sec}} 20 \text{ sec} = 666.66 \text{ m}$$

$$y' = y = 0$$

$$z' = z = 0$$

$$t' = t = 20 \text{ sec}$$

Φυσικό Τμήμα Παν/μιο Ιωαννίνων - Ειδική Σχετικότητα - Λυμένα Προβλήματα - I

Άσκηση 3: Ακίνητος κυνηγός πυροβολεί ελάφι το οποίο βρίσκεται ακριβώς βορειοανατολικά του. Η σφαίρα χτυπά το ελάφι το οποίο βρίσκεται 0.25 Km μακριά από τον κυνηγό. Η σφαίρα κινείται με ταχύτητα $V_B=1800 \text{ Km/h}$. Τη χρονική στιγμή του πυροβολισμού ένα αεροπλάνο πετά σε ύψος $h=1 \text{ Km}$ με ανατολική κατεύθυνση και ταχύτητα $V_A=600 \text{ Km/h}$. Υπολογίστε τις συντεταγμένες του ελαφιού στο χωροχρόνο στο σύστημα αναφοράς του αεροπλάνου τη στιγμή που το χτυπά η σφαίρα. Εφαρμόσατε τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου για τη λύση του προβλήματος.

Λύση: Προφανώς το σύστημα O είναι το σύστημα αναφοράς του ακίνητου κυνηγού και το O' είναι το κινούμενο σύστημα αναφοράς του αεροπλάνου:

$$t' = t = \frac{250\text{m}}{1800 \cdot 10^3 \text{ m} / 3600 \text{ sec}} = 0.5 \text{ sec} = 1.39 \cdot 10^{-4} \text{ h}$$

Στο σύστημα του κυνηγού το αεροπλάνο έχει ταχύτητα:

$$\vec{V}_A = \frac{600 \cdot 10^3 \text{ m}}{1 \text{ h}} \hat{i} \text{ κατά τον άξονα των } x. \text{ Συνεπώς έχουμε}$$

$$\vec{x}' = \vec{x} - \vec{V} \cdot t$$

Δηλαδή

$$x' = x - Vt = 0.25 \text{ Km} \cos(45^\circ) - 600 \text{ km/h} \cdot 1.39 \cdot 10^{-1} \text{ h} = 0.094 \text{ Km}$$

$$y' = y = 0.25 \text{ Km} \sin(45^\circ) = 0.177 \text{ Km}$$

$z' = z - h = -1 \text{ Km}$ (το σύστημα O' του αεροπλάνου όχι μόνο κινείται, αλλά έχει και μια σταθερή αρχική μετατόπιση στον άξονα των z σε σχέση με το σύστημα O του κυνηγού).