

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διδάσκοντες: Κ. Φουντάς, Σ. Κοέν, Ν. Νικολής

“ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ Ι”
11 – 2 – 2013

Θέμα 1°: Δύναμη F ασκείται σε ηλεκτρόνιο με αποτέλεσμα αυτό να κινείται σε ευθεία γραμμή. Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου δίνεται από τη σχέση

$$KE = \int_0^v F ds \quad (1)$$

όπου s η μετατόπιση και v η τελική ταχύτητα του ηλεκτρονίου. Η τελευταία είναι σχετικιστική και μπορεί να γραφεί ως $v = \beta c$ όπου $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. Δείξτε ότι

(α)
$$\frac{d(\beta\gamma)}{dt} = \frac{d\beta}{dt} \gamma^3 \quad [4 \text{ μονάδες}]$$

(β)
$$\frac{d\gamma}{dt} = \beta \frac{d\beta}{dt} \gamma^3 \quad [4 \text{ μονάδες}]$$

(γ) Χρησιμοποιήστε την (1) και τις (α) και (β) και δείξτε ότι

$$KE = m_e \gamma c^2 - m_e c^2 = E - m_e c^2 \quad [4 \text{ μονάδες}]$$

(δ) Δείξτε ότι

$$E_e = \sqrt{(cp_e)^2 + m_e^2 c^4} \quad [4 \text{ μονάδες}]$$

(ε) Ποζιτρόνιο με κινητική ενέργεια $KE = 0.511 \text{ MeV}$ συγκρούεται μη ελαστικά με ηλεκτρόνιο το οποίο πριν την σύγκρουση είναι ακίνητο. Τα δύο σωματίδια δημιουργούν έτσι ένα άτομο που ονομάζεται ποζιτρόνιο (positronium). Χρησιμοποιώντας διατήρηση ορμής και ενέργειας δείξτε ότι η ταχύτητα του ατόμου του ποζιτρόνιο είναι $c/\sqrt{3}$. Δίδονται ότι $p = m\gamma\beta c$, $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$. [9 μονάδες]

Θέμα 2°:

(α) Να διατυπώσετε τις αρχές της ειδικής σχετικότητας του Einstein. [4 μονάδες]

(β) Ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς O' κινείται με ταχύτητα V σε σχέση με αδρανειακό σύστημα O , στη διεύθυνση των αξόνων $x-x'$. Ο μετασχηματισμός Lorentz των συντεταγμένων χώρου και χρόνου είναι $ct' = \gamma(ct - \beta x)$ $x' = \gamma(x - \beta ct)$ $y' = y$ $z' = z$

όπου $\beta = V/c$ και $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ και c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Να δείξετε ότι ο αντίστοιχος νόμος μετασχηματισμού ταχυτήτων είναι

$$u'_{x'} = \frac{dx'}{dt'} = \frac{u_x - V}{1 - \frac{Vu_x}{c^2}} \quad u'_{y'} = \frac{dy'}{dt'} = \frac{u_y}{\gamma(1 - \frac{Vu_x}{c^2})} \quad u'_{z'} = \frac{dz'}{dt'} = \frac{u_z}{\gamma(1 - \frac{Vu_x}{c^2})}$$

[4 μονάδες]

(γ) Στο αδρανειακό σύστημα O της ερώτησης (β), εκπέμπεται φωτόνιο στη διεύθυνση $+y$. Εάν το σύστημα O' κινείται στη διεύθυνση $+x$ με ταχύτητα $V = 0.6 c$, ποιά είναι το μέτρο της ταχύτητας και η διεύθυνση εκπομπής του φωτονίου σύμφωνα με τον παρατηρητή O' ; Να σχολιάσετε το αποτέλεσμα.

[5 μονάδες]

(δ) Ένα σωματίδιο διανύει απόσταση L στο εργαστήριο κατά την διάρκεια του χρόνου ημιζωής τ (όπως αυτός μετράται στο σύστημα ηρεμίας του σωματιδίου). Με πόση ταχύτητα κινείται το σωματίδιο στο εργαστήριο; [4 μονάδες]

(ε) Ένα σωματίδιο κινείται στο εργαστήριο με ορμή $p = 5 \text{ GeV}/c$ και έχει συνολική ενέργεια $E = 13 \text{ GeV}$.

1. Πόση είναι η ενέργεια ηρεμίας mc^2 του σωματιδίου; [2 μονάδες]

2. Πόση είναι η κινητική του ενέργεια; [2 μονάδες]

3. Πόση είναι η ταχύτητα του σωματιδίου; [2 μονάδες]

4. Πόση είναι η συνολική ενέργεια του σωματιδίου σε ένα άλλο σύστημα αναφοράς όπου η ορμή είναι $p = 12 \text{ GeV}/c$ [2 μονάδες]

Θέμα 3°: Η φασματική κατανομή (πυκνότητα ενέργειας) της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος ως συνάρτηση της συχνότητας f και της θερμοκρασίας T δίνεται από την σχέση

$$u(f, T) df = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{e^{hf/kT} - 1} df$$

- (α) Σχεδιάστε την κατανομή αυτή ως συνάρτηση της συχνότητας για δύο διαφορετικές θερμοκρασίες T_1 και $T_2=2T_1$, λαμβάνοντας υπ' όψιν τους νόμους των Wien και Steffan-Boltzmann. [6 μονάδες]
- (β) Δείξτε ότι η φασματική κατανομή ως συνάρτηση του μήκους κύματος γράφεται ως

$$u(\lambda, T) d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad [7 \text{ μονάδες}]$$

- (γ) Δείξτε ότι η ολική ενέργεια ανά μονάδα όγκου U που εκπέμπει το μέλαν σώμα είναι ανάλογη της T^4 [7 μονάδες]
- (δ) Στο καλοριφέρ μιάς πολυκατοικίας χρησιμοποιείται νερό σε θερμοκρασία 50°C . Λόγω ψύχους ο διαχειριστής αποφασίζει να αυξήσει τη θερμοκρασία του νερού στο 90°C . Ποια είναι η σχετική μεταβολή του κόστους; [5 μονάδες]

Θέμα 4°: Σύμφωνα με την κλασική θεώρηση για τις δέσμιες καταστάσεις του ατόμου του Υδρογόνου, οι κυκλικές τροχιές του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα οφείλονται στη δράση της μεταξύ τους ελκτικής ηλεκτροστατικής δύναμης Coulomb ως κεντρομόλου δύναμης.

- (α) Αποδείξτε ότι στην περίπτωση αυτή, και για μία τροχιά δεδομένης ακτίνας r , η ενέργεια του ηλεκτρονίου, $E = U + K$ (με U τη δυναμική και K τη μη-σχετικιστική κινητική ενέργειά του), γράφεται ως $E = -K$. [10 μονάδες]
- (β) Το 1900 γνωρίζανε ότι οι τυπικές ακτίνες των ατόμων είναι $r \approx 0.05\text{nm}$. Εκτιμήστε, μέσω της αρχής της απροσδιοριστίας ($\Delta r \cdot \Delta p \geq \hbar$), την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης του ατόμου του Υδρογόνου. [10 μονάδες]
- (γ) Φωτόνιο ενέργειας 16eV απορροφάται από άτομο Υδρογόνου που βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση. Εκτιμήστε την κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου μετά την απορρόφηση του φωτονίου. Συμπληρώστε την απάντησή σας με κατάλληλο ενεργειακό διάγραμμα. [5 μονάδες]

Δίνονται: $\hbar c = hc/2\pi = 197.3\text{MeV fm} = 197.3\text{eV nm}$ $m_e c^2 = 511\text{KeV}$
 $m_e = 9.1 \times 10^{-31}\text{kg}$, $e = 1.6 \times 10^{-16}\text{Cb}$, $\hbar = 1.054 \times 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$, $c = 3 \times 10^8\text{m/s}$

$$\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

Καλή Επιτυχία !!