

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διδάσκοντες: Κ. Φουντάς, Σ. Κοέν

“ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ Ι” 10 – 2 – 2014

Θέμα 1^ο: Αδρανειακό σύστημα O' κινείται με ταχύτητα V σε σχέση με αδρανειακό σύστημα O . Η ταχύτητα V είναι παράλληλη στη διεύθυνση των αξόνων x και x' . Ο μετασχηματισμός Lorentz που μετασχηματίζει τις μεταβλητές χρόνου και χώρου από το O' στο O δίνεται από:

$$ct = \gamma(ct' + \beta x') \quad x = \gamma(x' + \beta ct') \quad y' = y \quad z' = z$$

όπου $\beta = V/c$, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ και c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

(α) Δείξτε ότι ένα σωματίδιο με χρόνο ζωής $\Delta t' = \tau$ στο σύστημα O' , μετράται να έχει χρόνο ζωής $\Delta t = \gamma\tau$ στο σύστημα O . [5 μονάδες]

(β) Διατυπώστε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Lorentz που μετασχηματίζει τις μεταβλητές χρόνου και χώρου από το O στο O' και αιτιολογήστε την απάντησή σας. [5 μονάδες]

(γ) Δείξτε ότι μια ράβδος μήκους L_0 στο σύστημα O' μετράται να έχει μήκος $L=L_0/\gamma$ στο σύστημα O . [5 μονάδες]

Μιόνιο παράγεται σε ύψος $H = 10000\text{m}$ από σύγκρουση κοσμικών ακτίνων με άτομα της ατμόσφαιρας και έχει ενέργεια $E = 3\text{GeV}$. Η μάζα του μιόνιου είναι $m_\mu = 106\text{MeV}/c^2$ και ο χρόνος ζωής του είναι $\tau = 2.2\text{μsec}$. Δίνεται ότι $E=mc^2$ και $p=mv\beta c$.

(δ) Παρατηρητής πάνω στη γη παρατηρεί το μίονιο από την στιγμή που παράγεται. Σύμφωνα με τον παρατηρητή αυτό το μίονιο φτάνει στην επιφάνεια της γης ή μεταπίπτει πριν φτάσει; [5 μονάδες]

(ε) Τι βλέπει παρατηρητής ο οποίος βρίσκεται πάνω στο μίονιο; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. [5 μονάδες]

Θέμα 2^ο:

(α) Η ολική ενέργεια και ορμή σχετικιστικού σωματιδίου δίδονται από τις σχέσεις $E=mc^2$ και $p=mv\beta c$ όπου V είναι η ταχύτητα του σωματιδίου, $\beta=V/c$, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ και c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Δείξτε ότι $E = \sqrt{(pc)^2 + m^2c^4}$ [5 μονάδες]

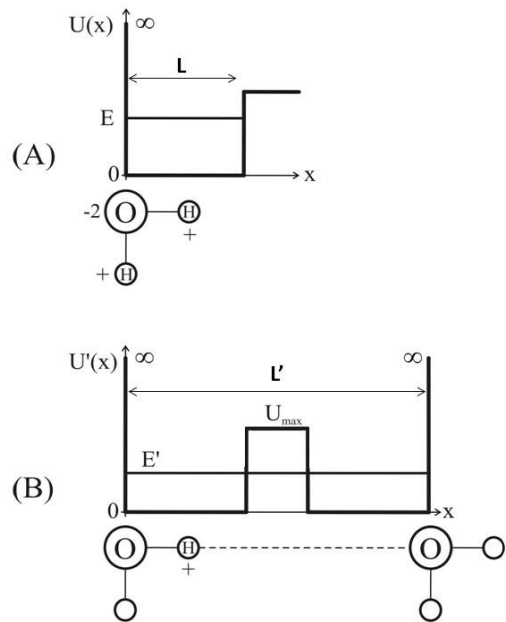
(β) Υπολογίστε το β ενός σωματιδίου ως συνάρτηση της ολικής ενέργειας και της ορμής του σωματιδίου. Αποδείξτε ότι σωματίδια που έχουν μη-μηδενική μάζα δεν μπορούν ποτέ να κινούνται με την ταχύτητα του φωτός στο κενό και αντιθέτως σωματίδια με μηδενική μάζα πρέπει αναγκαστικά να κινούνται με την ταχύτητα του φωτός στο κενό. [10 μονάδες]

(γ) Δέσμη πρωτονίων με ολική ενέργεια E_0 και ορμή P_0 προσπίπτει σε στόχο υδρογόνου με σκοπό την παραγωγή θετικά φορτισμένων πιονίων. Θετικά φορτισμένα πόνια παράγονται μέσω της αντίδρασης $pp \rightarrow p\pi^+$. Στο τελικό στάδιο της αντίδρασης παράγονται, εκτός του πιονίου, ένα πρωτόνιο και ένα νετρόνιο. Υπολογίστε την κινητική ενέργεια της δέσμης πρωτονίων η οποία αντιστοιχεί στο κατώφλι παραγωγής θετικά φορτισμένων πιονίων. Οι πυρήνες του υδρογόνου (πρωτόνια) θεωρούνται ότι βρίσκονται σε ηρεμία. Δίδεται ότι σε συγκρούσεις δύο σωματιδίων στο σύστημα του εργαστηρίου η ποσότητα

$$M_T^2 c^4 = (E_1 + E_2)^2 - c^2 (p_1 - p_2)^2$$

είναι το τετράγωνο της ολικής ενέργειας στο σύστημα του κέντρου μάζας των δύο σωματιδίων και E_1, E_2, p_1, p_2 είναι οι ενέργειες και οι ορμές των δύο σωματιδίων στο σύστημα του εργαστηρίου. Οι μάζες του πρωτονίου και νετρονίου είναι περίπου ίσες $m_p c^2 \approx m_n c^2 \approx 938\text{MeV}$. Η μάζα του θετικά φορτισμένου πιονίου είναι $m_\pi c^2 \approx 140\text{MeV}$. [10 μονάδες]

Θέμα 3^ο: Στο σχήμα (A) είναι σχεδιασμένη μία χονδροειδής αναπαράσταση της δυναμικής ενέργειας $U(x)$ κατά μήκος ενός δεσμού O-H σε ένα μόριο νερού. Λόγω της μεγαλύτερης ηλεκτραρνητικότητας του Οξυγόνου, τα ηλεκτρόνια του κάθε δεσμού έλκονται προς το άτομο αυτό και, σε πρώτη προσέγγιση, τα άτομα Υδρογόνου απογυμνώνονται από τα ηλεκτρόνια τους και απομένουν τα πρωτόνια. Συνεπώς στην προσέγγιση αυτή, το κάθε πρωτόνιο είναι εγκλωβισμένο σε μία περιοχή μήκους L εντός του πηγαδιού της δυναμικής ενέργειας $U(x)$, έχοντας την μικρότερη δυνατή μηχανική ενέργεια E .

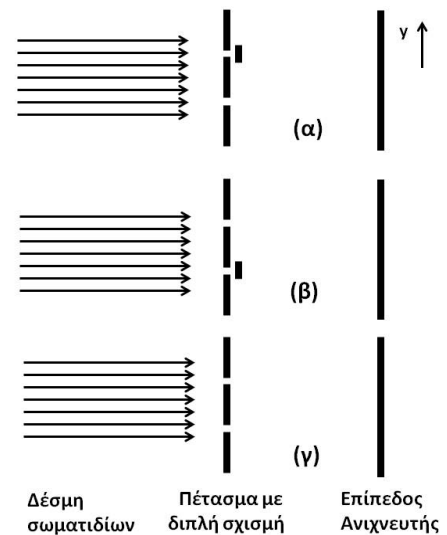


(α) Συμπληρώστε το διάγραμμα $U(x)$ με ένα ποιοτικό σχήμα του μέτρου της κυματοσυνάρτησης του πρωτονίου στο τετράγωνο $|\psi(x)|^2$. [7 Μονάδες]

(β) Στο σχήμα (B) ένα άλλο μόριο νερού έχει πλησιάσει στο πρώτο και το πρωτόνιο έλκεται και από τα δύο ιόντα οξυγόνου (δεσμός Υδρογόνου). Η νέα καμπύλη δυναμικής ενέργειας $U'(x)$ εμφανίζει δύο ελάχιστα και ένα φράγμα ύψους U_{\max} . Το πρωτόνιο περνά από το ένα ελάχιστο στο άλλο μέσω του φαινομένου σήραγγας, το μήκος εγκλωβισμού του είναι τώρα $L' \sim 2.5L$ και η νέα του ελάχιστη ενέργεια E' . Υπολογίστε την E' ως συνάρτηση της E χρησιμοποιώντας την Αρχή της Απροσδιοριστίας. Χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα, εξηγήστε το αίτιο της δημιουργίας του δεσμού Υδρογόνου. [10 Μονάδες]

(γ) Σχεδιάστε ποιοτικό σχήμα του μέτρου της νέας κυματοσυνάρτησης του πρωτονίου στο τετράγωνο. [8 Μονάδες]

Θέμα 4^ο: Στο διπλανό σχήμα περιγράφονται τρία πειράματα (α, β, γ). Δέσμη σωματιδίων εισέρχεται από αριστερά και προσπίπτει σε πέτασμα με διπλή σχισμή. Το μήκος κύματος de Broglie των σωματιδίων είναι συγκρίσιμο με την απόσταση μεταξύ των δύο σχισμών. Σε μία σχετικά μεγάλη απόσταση δεξιά της σχισμής βρίσκεται επίπεδος ανιχνευτής ο οποίος μετρά αριθμό σωματιδίων ανά μονάδα χρόνου σε κάθε θέση y (ένταση σωματιδίων). Το πείραμα (α) γίνεται με κλειστή την πρώτη σχισμή, το πείραμα (β) με κλειστή τη δεύτερη σχισμή, ενώ στο πείραμα (γ) και οι δύο σχισμές είναι ανοιχτές. Υποθέστε ότι τα σωματίδια τα οποία διέρχονται από την πάνω και κάτω σχισμή περιγράφονται από τις κυματοσυναρτήσεις $\Psi_1(y)$ και $\Psi_2(y)$ αντίστοιχα.



1. Σχεδιάστε το μέτρο της ολικής κυματοσυνάρτησης στο τετράγωνο $|\Psi_{ολική}(y)|^2$ στην επιφάνεια του ανιχνευτή ως συνάρτηση του y , στις περιπτώσεις των πειραμάτων (α), (β), (γ). [8 μονάδες]

2. Συζητήστε την φυσική σημασία της $|\Psi_{ολική}(y)|^2$. [7 μονάδες]

3. Χρησιμοποιήστε επιχειρήματα της Κβαντικής Μηχανικής για να εξηγήσετε το αποτέλεσμα του πειράματος (γ) και εκφράστε το αποτέλεσμα ως συνάρτηση των $\Psi_1(y)$ και $\Psi_2(y)$. [10 μονάδες]

Καλή Επιτυχία !!