

## ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Διδάσκοντες: Κ. Φουντάς, Σ. Κοέν

### “ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ Ι” 4 – 6 – 2014

#### **Θέμα 1<sup>ο</sup>:**

(α) Μέσω της σχέσης της φασματικής πυκνότητας ενέργειας μέλανος σώματος του Planck,

$$u(f, T)df = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{e^{hf/kT} - 1} df$$

βρείτε την αντίστοιχη κατανομή  $u(\lambda, T)d\lambda$  ως προς το μήκος κύματος  $\lambda$ . Στην παραπάνω σχέση,  $h=2\pi\hbar$  είναι η σταθερά Planck,  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό,  $k$  η σταθερά Boltzmann,  $T$  η απόλυτη θερμοκρασία του μέλανος σώματος και  $f$  η συχνότητα της ακτινοβολίας. [Μονάδες 6]

(β) Αποδείξτε ότι το μήκος κύματος  $\lambda_{\max}$ , για το οποίο η  $u(\lambda, T)$  εμφανίζει μέγιστο, υπακούει στη σχέση  $\lambda_{\max} \cdot T = \text{σταθερά}$ . Δίδεται ότι οι λύσεις της εξίσωσης  $5 \cdot (e^x - 1) - x \cdot e^x = 0$  είναι  $x_1 = 0$  και  $x_2 = 4.96511$ . [Μονάδες 7]

(γ) Σε ένα τζάκι μετράμε τη θερμοκρασία  $\theta = 4185 \text{ }^\circ\text{C}$  των κάρβουνων που καίγονται και το μήκος κύματος  $\lambda_{\max} = 650 \text{ nm}$  που εκπέμπουν. Επίσης, μετρήσεις της ακτινοβολίας που φτάνει στη Γη από την επιφάνεια του Ήλιου έδειξαν ότι  $\lambda_{\max} = 499.655 \text{ nm}$ . Ποια η θερμοκρασία στην επιφάνεια του Ήλιου; [Μονάδες 6]

(δ) Εάν ακτινοβολία από τον Ήλιο, μήκους κύματος  $\lambda_{\max}$ , προσπέσει σε μεταλλική επιφάνεια Li, παράγει φωτοηλεκτρόνια μέγιστης κινητικής ενέργειας  $K_{\max} = 0.18 \text{ eV}$ . Ποιο το έργο εξαγωγής του Li ( $\hbar c = 197.3 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ ); [Μονάδες 6]

#### **Θέμα 2<sup>ο</sup>:**

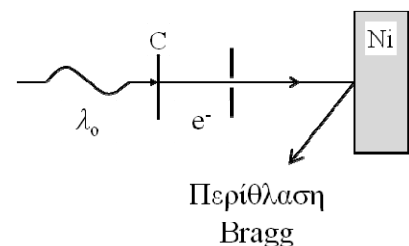
Φωτόνια ακτίνων X μήκους κύματος  $\lambda_0$  προσπίπτουν σε στόχο από C («ακίνητων, ελεύθερων» ηλεκτρονίων). Συλλέγονται μόνο τα ηλεκτρόνια που σκεδάζονται κατά την κατεύθυνση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, όπως στο σχήμα.

(α) Σχεδιάστε και αιτιολογήστε την κατεύθυνση της ορμής των σκεδαζόμενων φωτονίων, μήκους κύματος  $\lambda$ , που αντιστοιχούν στα ηλεκτρόνια που συλλέγονται. [Μονάδες 7]

(β) Τα ηλεκτρόνια προσπίπτουν σε κρύσταλλο Ni όπου και υφίστανται περίθλαση Bragg. Μετρώντας τη γωνία περίθλασης βρίσκουμε ότι το μήκος κύματος de Broglie που τους αντιστοιχεί είναι  $\lambda_{dB} = 0.9075 \text{ pm}$ . Βρείτε το μήκος κύματος  $\lambda_0$ . [Μονάδες 10]

(γ) Βρείτε το μέτρο της ορμής (σε  $\text{MeV}/c$ ) και την κινητική ενέργεια (σε  $\text{MeV}$ ) των ηλεκτρονίων που προσπίπτουν στον κρύσταλλο Ni. [Μονάδες 8]

Δίδονται:  $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ ,  $\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos\theta)$ ,  $\lambda_C = h/m_e c = 2.42 \text{ pm}$ ,  $\hbar c = 197.3 \text{ eV} \cdot \text{nm} = 197.3 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ .



**Θέμα 3°:**

(α) Δείξτε ότι η ποσότητα  $E^2 - (cp)^2 = m^2 c^4$  παραμένει αναλλοίωτη σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς. [5 μονάδες]

(β) Δείξτε μέσω της σχέσης του (α) ότι η ορμή ενός φωτονίου δίνεται από τη σχέση

$$p = \frac{hf}{c}$$

όπου  $h$  η σταθερά του Planck και  $f$  η συχνότητα .

[5 μονάδες]

(γ) Έστω φωτεινή πηγή η οποία κινείται με ταχύτητα  $V = \beta c$  προς τα δεξιά πάνω στο θετικό άξονα  $x$  ενός ακίνητου συστήματος αναφοράς  $O$ . Η πηγή εκπέμπει φωτόνια συχνότητας  $f_0$  τα οποία ανιχνεύονται από ακίνητο παρατηρητή που βρίσκεται στο σημείο ( $x=0, y=0, z=0$ ). Δείξτε χρησιμοποιώντας τους μετασχηματισμούς Lorentz ότι η συχνότητα των φωτονίων  $f$  τα οποία ανιχνεύει ο ακίνητος παρατηρητής δίνεται από την σχέση Doppler

$$f = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} f_0$$

[8 μονάδες]

(δ) Ουδέτερο πiónιο το οποίο κινείται προς την θετική κατεύθυνση του άξονα  $x$ , διασπάται σε δύο φωτόνια. Το ένα φωτόνιο κινείται προς την θετική κατεύθυνση του άξονα  $x$  στο σύστημα του εργαστηρίου και το άλλο προς την αρνητική. Το φωτόνιο που κινείται προς τη θετική κατεύθυνση έχει διπλάσια ενέργεια από αυτό που κινείται στην αρνητική κατεύθυνση. Αποδείξτε ότι το πiónιο κινείται με ταχύτητα ίση με το ένα τρίτο της ταχύτητας του φωτός. [7 μονάδες]

**Θέμα 4°:**

Θεωρήστε δέσμη θετικά φορτισμένων πιονίων  $\pi^+$  με ολική ενέργεια 220 MeV στο σύστημα του εργαστηρίου. Τα  $\pi^+$  διασπώνται σε ένα θετικά φορτισμένο μόνιο και ένα νετρίνο μιονίου μέσω της αντίδρασης  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ .

(α) Υπολογίστε την κινητική ενέργεια των  $\pi^+$ . [5 μονάδες]

(β) Υπολογίστε τα  $\beta$  και  $\gamma$  του  $\pi^+$  στο σύστημα του εργαστηρίου. [5 μονάδες]

(γ) Αν ο μέσος χρόνος ζωής των πιονίων είναι  $\tau = 2.6 \times 10^{-8} \text{ sec}$  υπολογίστε την μέση απόσταση που διανύουν τα πiónια στο εργαστήριο πριν διασπαστούν. [5 μονάδες]

(δ) Υπολογίστε την ορμή και ολική ενέργεια του νετρίνου και του μιονίου στο αδρανειακό σύστημα του πιονίου. [5 μονάδες]

(ε) Υπολογίστε την μέγιστη ολική ενέργεια και ορμή του μιονίου στο σύστημα του εργαστηρίου. [5 μονάδες]

**Τυπολόγιο σχετικότητας**

Οι μάζες του πιονίου, μιονίου και νετρίνου δίνονται από  $m_\pi c^2 = 140 \text{ MeV}$ ,  $m_\mu c^2 = 106 \text{ MeV}$  και  $m_{\nu_\mu} c^2 \approx 0 \text{ MeV}$ . Οι μετασχηματισμοί του Lorentz για ενέργεια και ορμή από το σύστημα  $O$  στο  $O'$  δίνονται από:  $E' = \gamma(E - \beta cp_x)$ ,  $cp'_x = \gamma(cp_x - \beta E)$ ,  $cp'_y = cp_y$ ,  $cp'_z = cp_z$  όπου  $E, p_x, p_y, p_z$  είναι η ενέργεια και οι τρεις συντεταγμένες της ορμής στο αδρανειακό σύστημα  $O$  και  $E', p'_x, p'_y, p'_z$  οι ίδιες ποσότητες στο αδρανειακό σύστημα  $O'$ . Οι μεταβλητές  $\beta, \gamma$  δίδονται από τις σχέσεις:  $\beta = V/c$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$  όπου  $V$  είναι η ταχύτητα του αδρανειακού συστήματος  $O'$  σε σχέση με το αδρανειακό σύστημα  $O$  και  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**