

Απαντήσεις Θεμάτων Σύγχρονης Φυσικής Ι, Εξεταστική Περίοδος Φεβρουαρίου 2011.

Θέμα 3^ο:

(α) Από τη σχέση $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \lambda_C(1 - \cos\theta)$ που μας δίνει τη μετατόπιση του μήκους κύματος στο πείραμα σκέδασης Compton, μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_C}{\lambda_0}(1 - \cos\theta) \text{ οπότε}$$

$$\cos\theta = 1 - \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\right) \frac{\lambda_C}{\lambda_0} \quad (1)$$

Γνωρίζουμε ότι $\lambda_0 = 242 \text{ pm}$ και ότι $\Delta\lambda/\lambda_0 = 0.01$ (1%). Το μήκος κύματος Compton $\lambda_C = h/(m_e c) \approx 2.42 \times 10^{-12} \text{ m} = 2.42 \text{ pm}$. Αντικαθιστώντας στην (1) βρίσκουμε ότι $\cos\theta \approx 1.3 \times 10^{-3}$, συνεπώς $\theta = 89.9^\circ \approx 90^\circ$.

(β) Εφόσον για το ίδιο πείραμα (και στόχο) ο σχηματισμός περίθλασης που παράγουν οι ακτίνες-X και τα ηλεκτρόνια είναι ο ίδιος, τα ηλεκτρόνια έχουν μήκος κύματος de Broglie ίσο με το μήκος κύματος των ακτίνων-X. Συνεπώς η ορμή των ηλεκτρονίων δίνεται από τη σχέση, $p = h/\lambda_0$ και η κινητική ενέργεια K είναι ίση με

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda_0^2} = \frac{(6.62 \times 10^{-34})^2}{2 \cdot 9.11 \times 10^{-31} (242 \times 10^{-12})^2} = 4.11 \times 10^{-18} \text{ J.}$$

Διαιρώντας με το φορτίο του ηλεκτρονίου κατ' απόλυτη τιμή e , εκφράζουμε την K σε eV,

$$K = \frac{4.11 \times 10^{-18}}{1.6 \times 10^{-19}} \approx 25.7 \text{ eV.}$$

Θέμα 4^ο:

(α) Από τη σχέση $K_{\max} = hf - \phi$ του φωτοηλεκτρικού φαινομένου έχουμε ότι

$$\phi = hf - K_{\max} \quad (1)$$

Γνωρίζουμε ότι $K_{\max} = 0.5 \text{ eV}$. Πρέπει να βρούμε την ενέργεια του φωτονίου hf εκφρασμένη σε eV. Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε $f\lambda = c$, οπότε

$$hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6.62 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{275.9 \times 10^{-9}} = 7.2 \times 10^{-19} \text{ J}$$

και διαιρώντας με το φορτίο του ηλεκτρονίου κατ' απόλυτη τιμή e ,

$$hf = \frac{7.2 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} \approx 4.5 \text{ eV.}$$

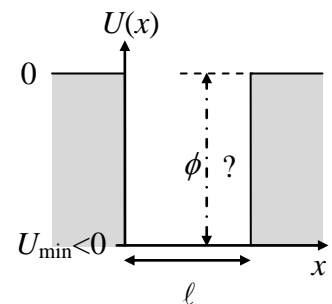
Αντικαθιστώντας στην (1) βρίσκουμε ότι $\phi \approx 4 \text{ eV}$.

(β) Γνωρίζουμε ότι το έργο εξόδου είναι η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για την εκδίωξη του ηλεκτρονίου από το πηγάδι. Η περίπτωση $\phi = |U_{\min}|$ απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα και υπονοεί ότι $E_{\min} = U_{\min}$, ότι δηλαδή η ελάχιστη (μηχανική) ενέργεια είναι ίση με την ελάχιστη δυναμική ενέργεια (το σωματίδιο είναι ακίνητο στον πάτο του πηγαδιού). Ο έλεγχος αυτής της υπόθεσης μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω της Αρχής της Απροσδιοριστίας. Κατ' αρχήν γράφουμε την ενέργεια ενός ηλεκτρονίου ως

$$E = U_{\min} + K \quad (1)$$

(σε όλο το μήκος του πηγαδιού η δυναμική ενέργεια $U(x) = U_{\min}$).

Η κινητική ενέργεια πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή το πολύ ίση με την αβεβαιότητα της



$$K \geq \Delta K \sim \frac{\Delta p^2}{2m_e} \quad (2)$$

Από την Αρχή της Απροσδιοριστίας, $\Delta x \Delta p \geq \hbar$, η απροσδιοριστία της ορμής γράφεται

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{\Delta x} \quad (3)$$

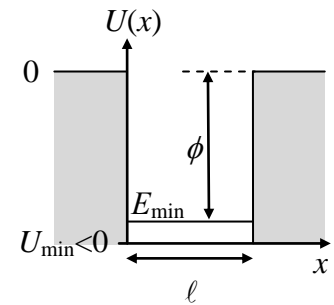
και εφόσον τα ηλεκτρόνια είναι εγκλωβισμένα στο πηγάδι μήκους ℓ , για την απροσδιοριστία θέσης θα έχουμε

$$\Delta x \sim \ell. \quad (4)$$

Συνδυάζοντας τις (1)-(4) καταλήγουμε στη σχέση

$$E \geq U_{\min} + \frac{\hbar^2}{2m_e \ell^2} > U_{\min} \quad (5)$$

εφόσον $\hbar^2/2m_e \ell^2 > 0$. Συνεπώς η ελάχιστη ενέργεια των ηλεκτρονίων δεν μπορεί να είναι η U_{\min} και συνεπώς το έργο εξόδου πρέπει να είναι μικρότερο από $|U_{\min}|$. Θα πρέπει δηλαδή να έχουμε $\phi < |U_{\min}|$, όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα.



(γ) Για την εκτίμηση του συντελεστή διέλευσης χρησιμοποιούμε τη σχέση

$$T \sim \exp \left[-\frac{2L\sqrt{2m_e(U_{\max} - E)}}{\hbar} \right] \quad (1)$$

όπου γνωρίζουμε και το μήκος του πηγαδιού $L=1$ nm. Το μόνο που απομένει να υπολογίσουμε είναι η ποσότητα $U_{\max} - E$. Από το σχήμα έχουμε ότι $U_{\max}=0$ και $E=E_{\min}<0$ (για εκτιμήσεις τάξεις μεγέθους του T αγνοούμε τη μετατόπιση των ενεργειακών επιπέδων που μπορεί να επιφέρει η συγκεκριμένη αλλαγή της μορφής της δυναμικής ενέργειας). Συνεπώς (συμβουλευόμενοι και το σχήμα),

$$U_{\max} - E = -E_{\min} = \phi \quad (2)$$

Αλλά το έργο εξόδου $\phi=4$ eV έχει υπολογιστεί από το ερώτημα (α). Εισάγοντας τα αριθμητικά δεδομένα στην (1) (όλα εκφρασμένα σε μονάδες SI) βρίσκουμε ότι

$$T \sim \exp \left[-\frac{2 \cdot 1 \times 10^{-9} \sqrt{2 \cdot 9.11 \times 10^{-31} \cdot 4 \cdot 1.6 \times 10^{-19}}}{1.054 \times 10^{-34}} \right] \approx 1.3 \times 10^{-9}$$

