

Προβλήματα προς λύση - I

17/10/12

**Πρόβλημα 1:** Έστω δύο αδρανειακά συστήματα αναφοράς  $O$  και  $O'$  με το  $O'$  να κινείται με ταχύτητα  $V$  κατά τη διεύθυνση του άξονα των  $x$  του  $O$ . Ο μετασχηματισμός Lorentz

$$c't = \gamma(ct - \beta x) \quad x' = \gamma(x - \beta ct)$$

μετασχηματίζει τις χωροχρονικές συντεταγμένες του  $O$  σε αυτές του  $O'$ . Υπολογίστε με όποιο τρόπο μπορείτε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Lorentz. Δηλαδή αυτόν που μετασχηματίζει τις χωροχρονικές συντεταγμένες του  $O'$  σε αυτές του  $O$ .

**Πρόβλημα 2:** Γεγονός συμβαίνει στο αδρανειακό σύστημα  $O'$  στο σημείο ( $x' = 60\text{m}$ ,  $y' = z' = 0$ ,  $t' = 8\frac{3}{2} \cdot 10^{-8}\text{s}$ ). Το σύστημα  $O'$  κινείται με ταχύτητα  $V = 3c/5$  κατά τη διεύθυνση του άξονα των  $x$  ενός αδρανειακού συστήματος αναφοράς  $O$ . Την χρονική στιγμή  $t = t' = 0$  τα δύο αδρανειακά συστήματα αναφοράς συμπίπτουν. Υπολογίστε τις χωροχρονικές συντεταγμένες του γεγονότος στο σύστημα  $O$ . (Απ.  $x = 93\text{m}$ ,  $t = 2.5 \cdot 10^{-7}\text{sec}$ )

**Πρόβλημα 3:** Οι χωροχρονικές συντεταγμένες δύο γεγονότων στο αδρανειακό σύστημα  $O$  είναι:

Γεγονός 1:  $x_1 = x_0 \quad y_1 = 0 \quad z_1 = 0 \quad t_1 = x_0/c$

Γεγονός 2:  $x_2 = 2x_0 \quad y_2 = 0 \quad z_2 = 0 \quad t_2 = x_0/2c$

(α) Υπάρχει αδρανειακό σύστημα αναφοράς  $O'$  όπου τα δύο γεγονότα είναι ταυτόχρονα. Υπολογίστε την ταχύτητα του συστήματος αυτού σε σχέση με το  $O$ . (Απ.  $-c/2$ )

(β) Για πιο  $t'$  τα δύο γεγονότα είναι ταυτόχρονα στο  $O'$ ; (Απ.  $\sqrt{3}x_0/c$ )

**Πρόβλημα 4:** Ο Κώστας και η Γεωργία ζουν σε δύο διαφορετικούς πλανήτες που βρίσκονται σε απόσταση  $l = 6\frac{3}{2} \cdot 10^{11}\text{m}$  μεταξύ τους. Ένα πρωί ο Κώστας στέλνει ένα ηλεκτρομαγνητικό σήμα στην Γεωργία (γεγονός P) το οποίο λαμβάνεται από την Γεωργία (γεγονός Q). Μετά από χρόνο  $\tau$  ο Κώστας στέλνει δεύτερο σήμα (γεγονός R) το οποίο λαμβάνεται από την Γεωργία (γεγονός S). Σχεδιάστε τις κοσμικές γραμμές του Κώστα, της Γεωργίας και των δύο σημάτων σε διάγραμμα Minkowski στο στο αδρανειακό σύστημα του Κώστα. Στο διάγραμμα αυτό δείξτε την απόσταση  $l$  και το χρόνο  $\tau$ .

**Πρόβλημα 5:** Ενώ συμβαίνουν αυτά που περιγράφονται στο πρόβλημα 5 ο Γιάννης ταξίδευε με ταχύτητα  $V$  μεταξύ των δύο πλανητών. Σχεδιάστε τις κοσμικές γραμμές του Κώστα, της Γεωργίας και των δύο σημάτων σε διάγραμμα Minkowski στο στο αδρανειακό σύστημα του Γιάννη. Στο διάγραμμα αυτό δείξτε τις αποστάσεις και χρόνους ( $ct$ ) σαν συναρτήσεις των  $l$ ,  $V$  και  $\tau$ .

Προβλήματα προς λύση - I

**Πρόβλημα 6:** Έστω δύο αδρανειακά συστήματα αναφοράς  $O$  και  $O'$  με το  $O'$  να κινείται με ταχύτητα  $V=c/2$  κατά τη διεύθυνση του άξονα των  $x$  του  $O$ .

(α) Σχεδιάστε ένα διάγραμμα Minkowski που σχετίζει τα δύο αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

(β) Σχεδιάστε υπερβολές βαθμονόμησης που σας επιτρέπουν να ορίσετε τις μοναδιαίες αποστάσεις στους άξονες  $x$ ,  $ct$ ,  $x'$ ,  $ct'$ .

(γ) Έστω τέσσερα γεγονότα (1)  $ct=1$ ;  $x=1$  (2)  $ct'=1$ ,  $x'=1$  (3)  $ct'=0$ ,  $x'=2$  (4)  $ct=2$ ,  $x=0$ . Πού βρίσκονται τα γεγονότα πάνω στο διάγραμμα Minkowski;

(δ) Από το διάγραμμα Minkowski καθορίστε τις συντεταγμένες των τεσσάρων γεγονότων στα δύο αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

**Πρόβλημα 7:** Δείξαμε ότι η κυματική εξίσωση

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \nabla^2 \Psi$$

δεν είναι αναλλοίωτη ως προς τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου. Δείξτε τώρα ότι η ίδια εξίσωση είναι αναλλοίωτη ως προς τους μετασχηματισμούς του Lorentz.