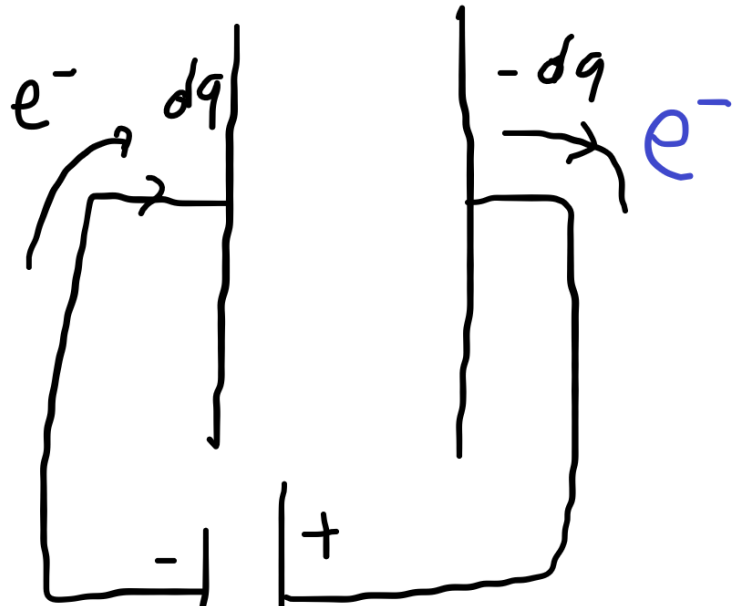


ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΥΚΝΟΤΗ

6.4.21 ①

ΠΟΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΑΠΑΙΤΕΙΤΑΙ ΓΙΑ ΤΗ ΦΟΡΤΙΞΗ ΕΝΟΣ ΠΥΚΝΟΤΗ?



ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ
ΕΧΟΥΜΕ $Q = CV, V$



$$dW = \left[\begin{array}{l} \text{ΜΕΤΑΒΛΗΤΑΙ} \\ v_i dq_i \\ q = CV \Rightarrow v = \frac{q}{C} \end{array} \right] \Rightarrow dW = \sum \frac{q_i}{C} dq_i \Rightarrow$$

$$\int dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \frac{q^2}{2} \Big|_0^Q$$

$$W = \frac{q^2}{2C}$$

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} qV = \frac{1}{2} CV^2$$

$\frac{q}{C} = V$ $q = CV$

ΕΠΙΠΕΔΟΣ ΠΥΚΝΟΤΗΣ

6.4.21

(2)



$U = ?$

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{A}{d} V^2$$

ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΕΔΙΟΥ

$u = \frac{U}{V}$

ΕΠΙΠΕΔΟΣ ΠΥΚΝΟΤΗΣ $\xrightarrow{V=A \cdot d}$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{A}{d} V^2 \frac{1}{A \cdot d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}^2$$

$\therefore u = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}^2$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 25-5

$V \rightarrow$ όγκος

$V \rightarrow$ διαφορά δυναμικού



$R = 6.85 \text{ cm}$
 $Q = 1.25 \mu\text{C}$
 α) $U = ?$
 β) $u = ?$

α) $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

$C = 4\pi\epsilon_0 R \Rightarrow U = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R} = 103 \text{ nJ}$

β) $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}\right)^2 = \frac{Q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 R^4} = 25.4 \frac{\text{MJ}}{\text{m}^2}$

ΠΥΚΝΩΤΗΣ ΜΕ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟ

6.4.21 (3)

1837: FARADAY:

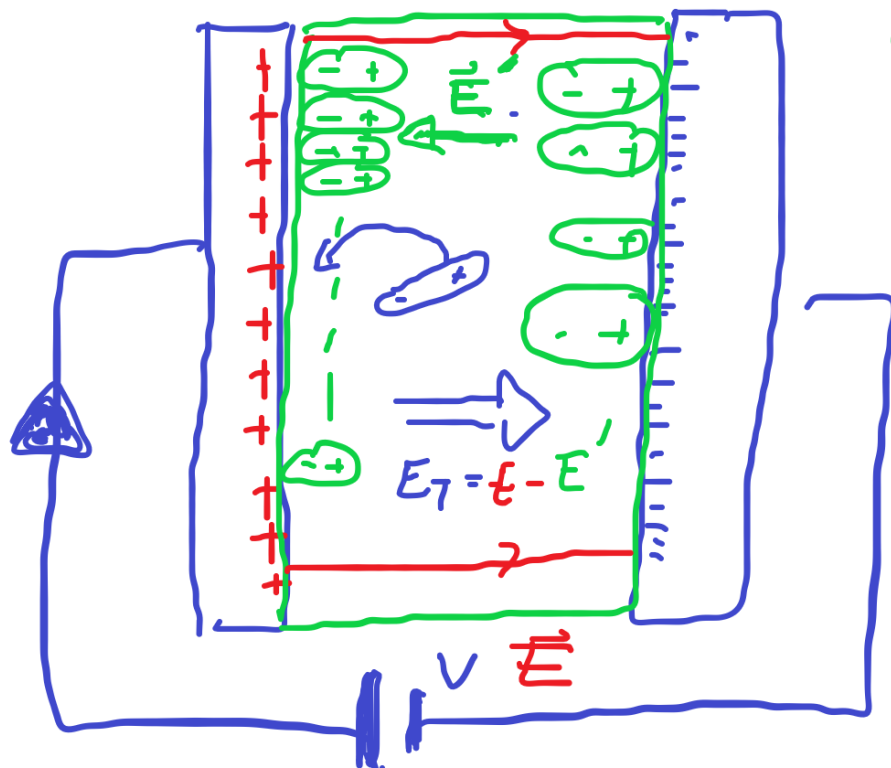
Το φορτίο που μπορεί να αποθηκευτεί σε πυκνωτή ο οποίος έχει σταθερό δυναμικό αυξάνει όταν τον γεμίσουμε με ένα διηλεκτρικό → χωρητικότητα αυξάνει

$$C = K C_0$$

↑ χωρητικότητα στο κενό με διηλεκτρικό
 ↓ χωρητικότητα

ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΣΤΑΘΕΡΑ

ΥΛΙΚΟ	K
ΑΕΡΑΣ	1.00054
ΠΟΛΥΣΤΕΡΙΝΗ	2.6
ΧΑΡΤΙ	3.5
ΤΙΤΑΝΙΟΥΧΟ ΣΤΡΟΝΤΙΟ	310



$$Q = CV$$

ΟΛΟΙ ΟΙ ΤΥΠΟΙ ΙΣΧΥΟΥ ΜΕ ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΑ ΟΤΙ

$$E_0 \rightarrow K E_0$$

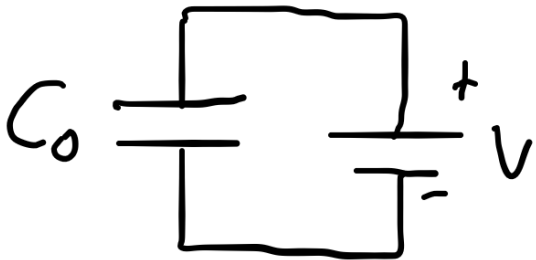
↑ ΤΟΥ ΚΕΝΟΥ $E =$ ΔΙΗΛ. ΣΤΑΘ.

ΦΟΡΤΙΣΗ ΠΥΚΝΟΤΗ ΜΕ ΚΑΙ ΧΩΡΙΣ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟ

6.4.21

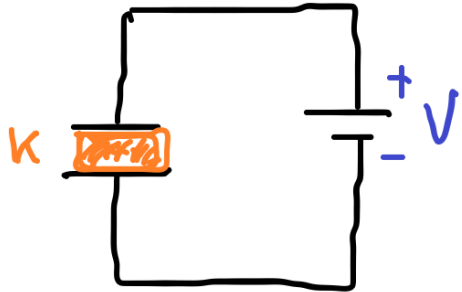
4

ΧΩΡΙΣ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟ



$$Q_0 = C_0 \cdot V$$

ΜΕ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟ

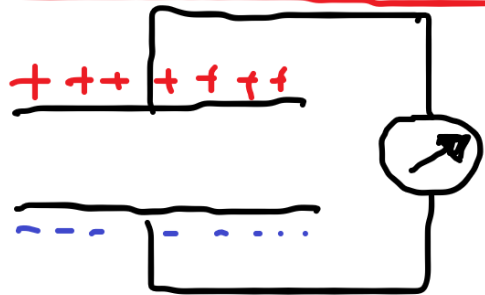


$$Q = [\kappa C_0] \cdot V = Q = \kappa [C_0 V] \Rightarrow$$

$$Q = \kappa Q_0$$

ΤΟ ΦΟΡΤΙΟ ΑΥΞΑΝΕΙ ΜΕ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΟΤΑΝ Ο ΠΥΚΝΟΤΗΣ ΕΙΝΑΙ ΣΕ ΣΤΑΘΕΡΗ ΤΑΣΗ

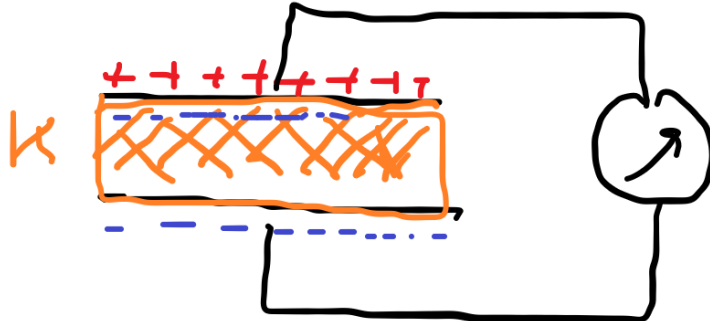
ΧΩΡΙΣ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟ



ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟ
 V_0

$$Q_0 = C_0 V_0$$

ΜΕ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟ



→ Η ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ ΚΑΙ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΟ ΦΟΡΤΙΟ ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΜΕΙΩΝΕΤΑΙ

$$Q = Q_0$$

$$Q = \kappa C_0 V \Rightarrow$$

$$Q_0 = \kappa C_0 V \Rightarrow$$

$$V_0 = Q_0 / C_0 = \kappa V \Rightarrow$$

$$V = V_0 / \kappa$$

ΟΛΕΣ ΟΙ ΤΥΠΕΣ ΑΛΛΑΖΟΥΝ

6.4.21

5

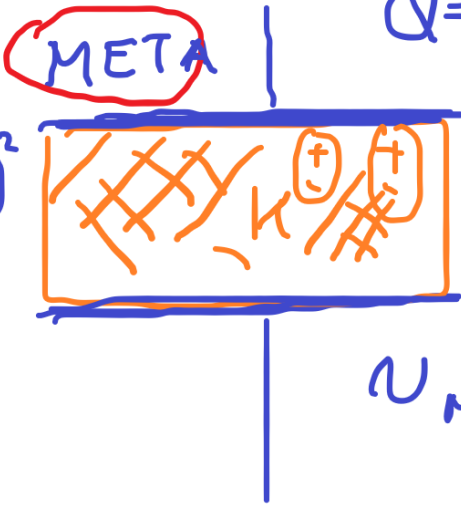
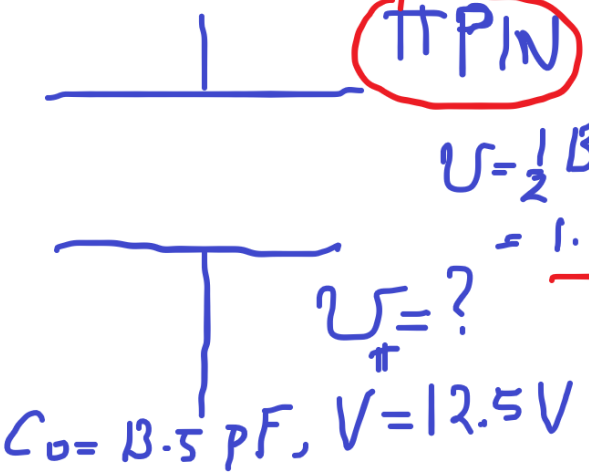
$$\epsilon_0 \rightarrow \kappa \epsilon_0 = \epsilon$$

ΕΠΙΠΕΔΟΣ ΠΥΚΝΩΤΗΣ $C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d} \rightarrow C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$

ΝΟΜΟΣ COULOMB $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\kappa\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$

ΝΟΜΟΣ GAUSS $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{IN}}{\epsilon_0} \rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{IN}}{\kappa\epsilon_0}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 25-6



$Q = \Sigma \rho \epsilon_0$

$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$

$U_M = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\kappa C_0} = \frac{1}{\kappa} \frac{Q^2}{2C_0} = \frac{1}{\kappa} U_{\pi}$

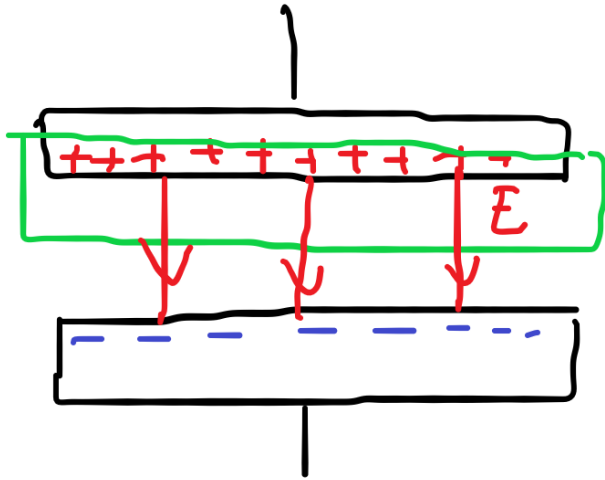
$U_M = U_{\pi} / \kappa = 0.162 \cdot 10^{-9} \text{ Joule}$
 ΤΟΥ ΠΕΙΡΕ Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ??

$1.055 \cdot 10^{-9} \text{ J} \rightarrow 0.162 \cdot 10^{-9} \text{ Joule}$

ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΑ - ΝΟΜΟΣ GAUSS

6.4.21

6



A) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q - q'}{\epsilon_0} \Rightarrow$
 $E \cdot A = \frac{q - q'}{\epsilon_0} \Rightarrow q' = ?$
 $E = \frac{q - q'}{A \epsilon_0}$ (1)

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$E \cdot A = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$E = \frac{Q}{A \epsilon_0}$

B) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\kappa \epsilon_0} \Rightarrow E \cdot A = \frac{q}{\kappa \epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{A \kappa \epsilon_0}$

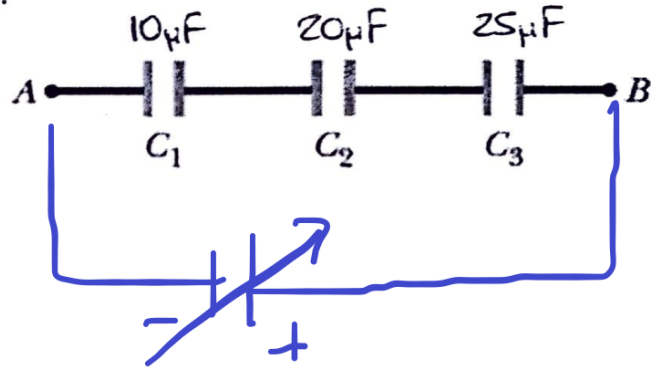
(1)(2) $\rightarrow \frac{q - q'}{A \epsilon_0} = \frac{q}{A \kappa \epsilon_0} \Rightarrow q - q' = \frac{q}{\kappa}$ (2)

επιχωμένο φορτίο

$q' = q \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$

ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΕΙ ΤΟ ΣΥΝΑΡΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ !!!

25.37) Στο παρακάτω κύκλωμα οι τιμές των πυκνωτών είναι: $C_1 = 10\mu F$, $C_2 = 20\mu F$ και $C_3 = 25\mu F$. Η μέγιστη τιμή της τάσης που μπορεί να αντέξει ο κάθε πυκνωτής είναι 100V. Υπολογίστε (a) την μέγιστη τιμή του δυναμικού που μπορείτε να εφαρμόσετε στα άκρα A και B, (b) την μέγιστη ενέργεια που μπορεί να αποθηκευθεί στο σύστημα των τριών πυκνωτών.



$V_{AB}^{MAX} = ?$

V_{AB}^{MAX}

→ ΠΟΥ ΤΟΥ ΛΑΧΙΣΤΟΝ ΕΝΔΕ ΠΥΚΝΩΤΗΣ ΕΦΤΑΖΕΤΑ 100V

$V_1 = 100V$

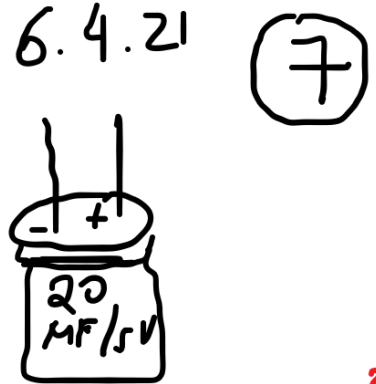
$Q_1 = 10\mu F \cdot 100V = 1000\mu C$

$Q_2 = Q_3 = Q_1 \Rightarrow V_2 = \frac{1000\mu C}{20\mu F} = 50V$

$Q_3 = \frac{1000\mu C}{25\mu F} = 40V$



$U_{max} = \frac{1}{2}C_1V_1^2 + \frac{1}{2}C_2V_2^2 + \frac{1}{2}C_3V_3^2 = 0.095J$



$Q_{02} = C_{02} V_{AB} = Q_1 = Q_2$

$C_{02} V_{AB} = C_1 V_1 = C_2 V_2 = C_3 V_3$

(b) $U = \frac{1}{2}C_{02} V_{AB}^2$
 $\frac{1}{C_{02}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

- ΟΥΣΙΑΣΤΙΚΑ ΑΥΞΑΝΟΝΤΑΞ ΤΟ V_{AB} , ΑΥΞΑΝΟΥΜΕ ΤΟ ΦΟΡΤΙΟ ΤΟΥ ΚΑΘΕ ΠΥΚΝΩΤΗ
 - ΓΙΑ ΤΟ ΙΔΙΟ ΦΟΡΤΙΟ ΠΟΙΟΣ ΠΥΚΝΩΤΗΣ ΘΑ ΕΧΕΙ ΤΗΝ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΤΑΣΗ? $\Rightarrow C_1$ ΕΙΝΑΙ ΑΥΤΟΣ ΠΟΥ ΘΑ ΦΤΑΞΕΙ ΠΡΩΤΟ ΤΑ 100V !!!
- $\therefore V_{AB} = 100V + 50V + 40V = 190V$ (α)

6.4.21 (7)

25.44) Στο παρακάτω κύκλωμα υπολογίστε το φορτίο που αποθηκεύεται σε κάθε έναν από τους δύο πυκνωτές όταν η μπαταρία παρέχει στο κύκλωμα διαφορά δυναμικού 12V. Ο πρώτος πυκνωτής περιέχει διηλεκτρικό με $\kappa = 3$ ενώ ο δεύτερος αέρα. Και οι δύο πυκνωτές είναι επίπεδοι με εμβαδό πλάκας $A = 5 \times 10^{-3} \text{m}^2$ και απόσταση μεταξύ πλακών $d = 2 \text{mm}$.

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{d} = 2.21 \cdot 10^{-11} \text{F} = 22.1 \text{pF}$$

$$C_1 = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 6.64 \cdot 10^{-11} \text{F} = 66.4 \text{pF}$$

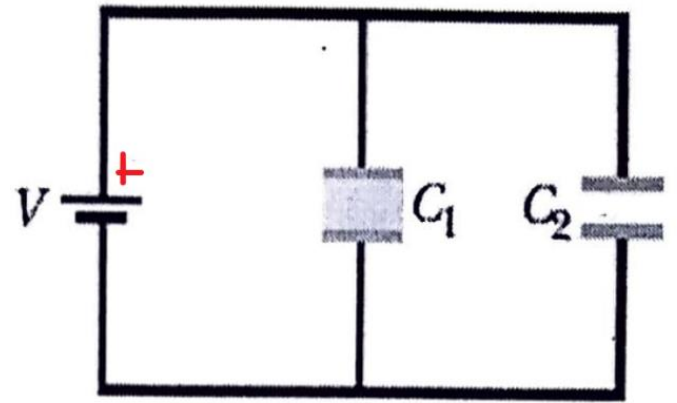
$$Q_1 = C_1 V = 7.968 \cdot 10^{-10} \text{C}$$

$$Q_2 = C_2 V = 2.652 \cdot 10^{-10} \text{C}$$

$$Q_1 = 3 Q_2$$

6.4.21

8



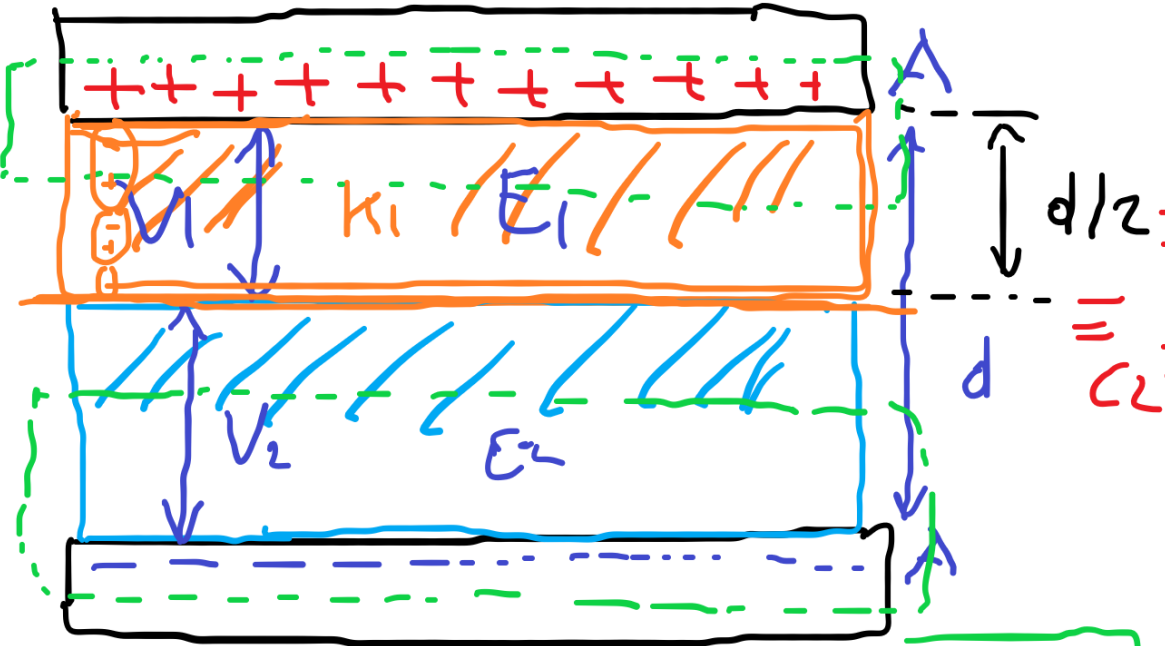
24.49

$C = ?$

$A = 7.89 \text{ cm}^2$ $d = 4.62 \text{ mm}$
 $K_1 = 11$, $K_2 = 12$

6.4.21

9



$$1) \epsilon_0 K_1 \oint \vec{E}_1 \cdot d\vec{A} = q \Rightarrow \vec{E} = \frac{V}{e}$$

$$E_1 = \frac{q}{\epsilon_0 K_1 A} \quad (1)$$

$$2) \epsilon_0 K_2 \oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{A} = q \Rightarrow E_2 = \frac{q}{\epsilon_0 K_2 A} \quad (2)$$

$$V = V_1 + V_2 = E_1 \cdot \frac{d}{2} + E_2 \cdot \frac{d}{2}$$

$$V = \frac{d \cdot q}{2 \epsilon_0 A} \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right) = \frac{d \cdot q}{2 \epsilon_0 A} \frac{K_1 + K_2}{K_1 \cdot K_2}$$

$$q = \left[\frac{2 \epsilon_0 A}{d} \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \right] V$$

$$\therefore C = \frac{2 \epsilon_0 A}{d} \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$$

$$C_1 = \pi \epsilon_0 \frac{2A}{d} \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow$$

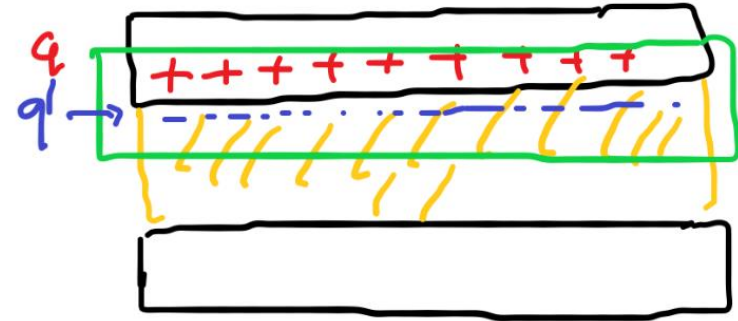
$$C_2 = K \epsilon_0 \frac{2A}{d} \quad C = \frac{2 \epsilon_0 A}{d} \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$$



6.4.21

10

25.54) Δύο παράλληλες πλάκες εμβαδού 100cm^2 φορτίζονται με ίσα αλλά αντίθετα φορτία $8.9 \times 10^{-7}\text{C}$. Ανάμεσα στις δύο πλάκες τοποθετείται διηλεκτρικό υλικό. Το ηλεκτρικό πεδίο μέσα στο διηλεκτρικό είναι $1.4 \times 10^6\text{ V/m}$. (a) Υπολογίστε την διηλεκτρική σταθερά του υλικού. (b) υπολογίστε το επαγόμενο φορτίο στην επιφάνεια του διηλεκτρικού.



$$\alpha) \quad \kappa \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \Rightarrow \kappa \epsilon_0 E \cdot A = q \Rightarrow \kappa = \frac{q}{\epsilon_0 E A}$$

$$\kappa = 7.2$$

$$\beta) \quad \epsilon_0 \kappa \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \Rightarrow \boxed{E = \frac{q}{\epsilon_0 \kappa A}}$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q - q' \Rightarrow \boxed{E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}}$$

$$\frac{q}{\cancel{\epsilon_0 \kappa A}} = \frac{q - q'}{\cancel{\epsilon_0 A}} \Rightarrow q' = q \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) = 8.9 \cdot 10^{-7} \text{ C} \left(1 - \frac{1}{7.2} \right) = \underline{\underline{7.7 \cdot 10^{-7} \text{ C}}}$$