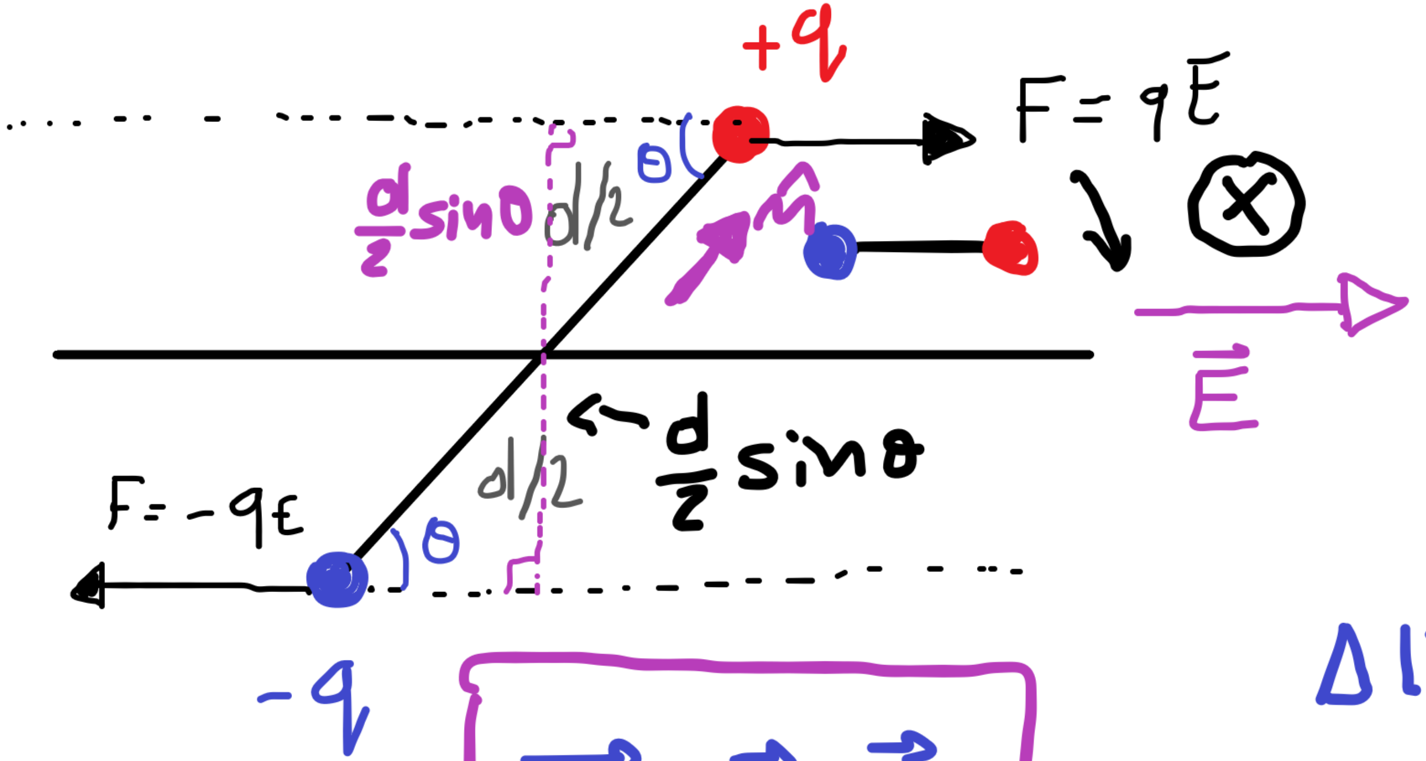
# ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΔΙΠΟΛΟ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

12.3.21

1




$$|\vec{T}| = qE\frac{d}{2}\cdot\sin\theta + {}$$
$$+ qE\frac{d}{2}\sin\theta \Rightarrow$$

$$\boxed{|\vec{T}| = qdE\cdot\sin\theta}\quad (1)$$

ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ : $q\cdot d$ (2)

$$\boxed{\vec{p} = q\cdot d\,\hat{n}\ \ (\text{Από "−" σε "+"})}$$

(1) (2) ⇒ $\boxed{\vec{T} = \vec{p}\times\vec{E}}$

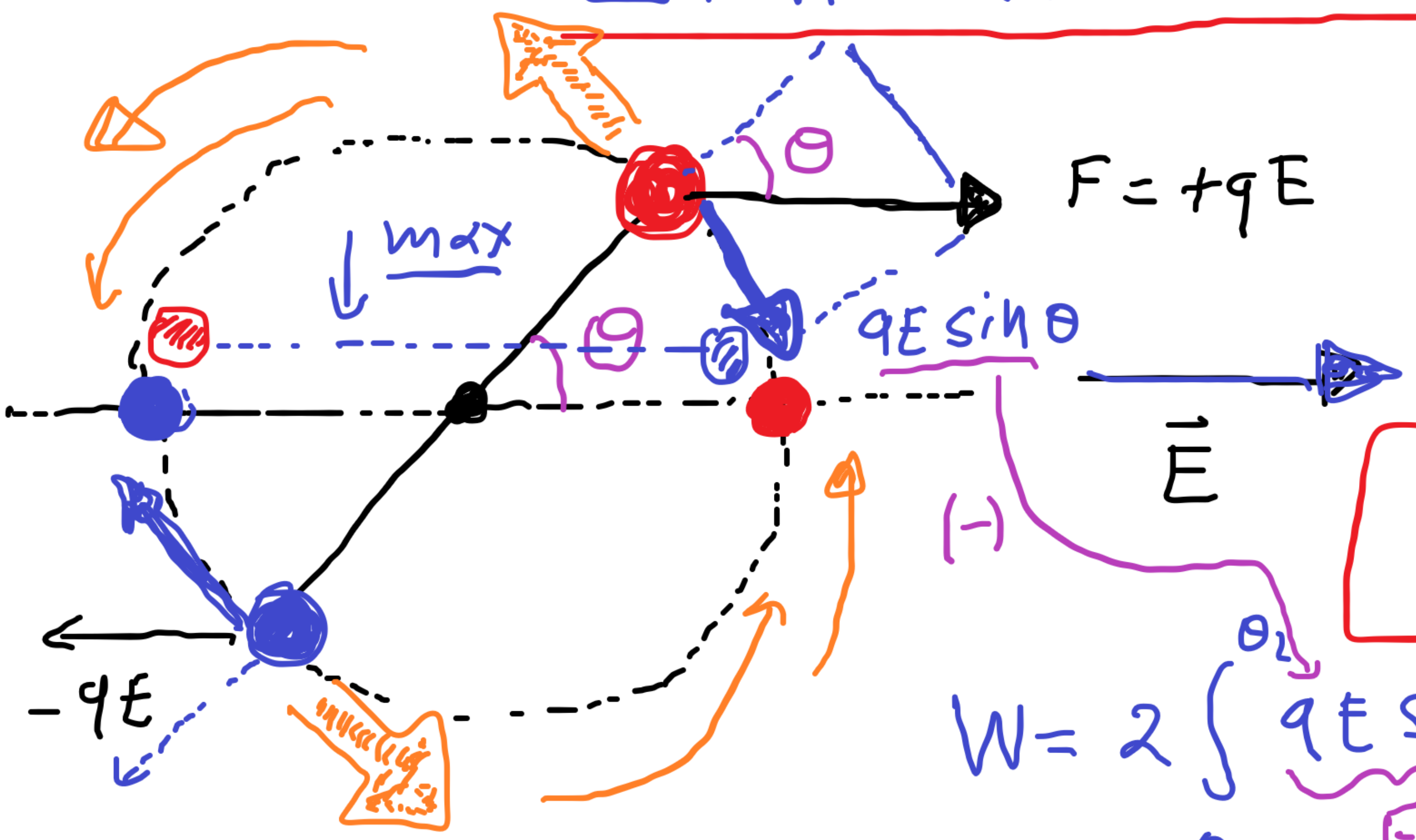
$\hat{n}$ : ΜΟΝΑΔΙΑΙΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ, ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΕΧΕΙ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΑΠΟ "−" ΣΕ "+"

ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΕΞΑΣΚΕΙ ΡΟΠΗ ΠΑΝΩ ΣΤΟ ΔΙΠΟΛΟ Η ΟΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ $\vec{T} = \vec{p}\times\vec{E}$

# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΔΙΠΟΛΟΥ

12.3.21






**Η ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΠΑΡΑΓΕΙ ΕΡΓΟ ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΕΤΑΙ ΜΕ ΤΗ ΜΟΡΦΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΣΤΟ ΔΙΠΟΛΟ**

$$W = -\int \vec{F}\, d\vec{x}$$

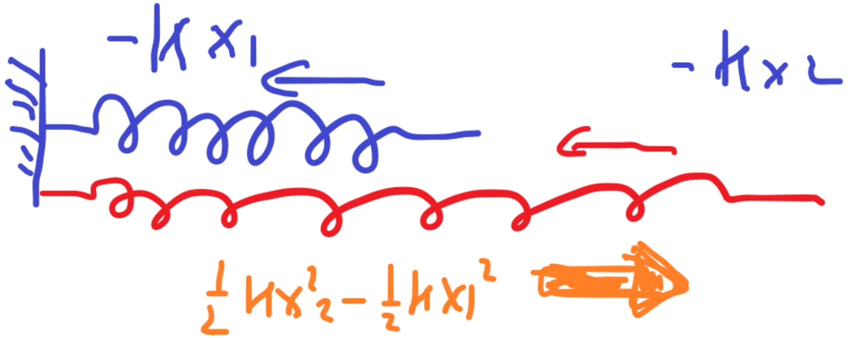
$$W = 2\int_{\theta_1}^{\theta_2} \underbrace{qE\sin\theta}_{F}\, \underbrace{R\,d\theta}_{dx}$$

$$W = 2qER\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta\, d\theta = 2qER\left[-\cos\theta\right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

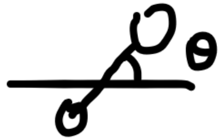
$$W = -2qER(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$$

$\theta_1 = \pi/2$

$$W = -\overbrace{2qER}\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{E}$$



12.3.21 ③



$\vec{p} = d \cdot q \, \hat{n}$

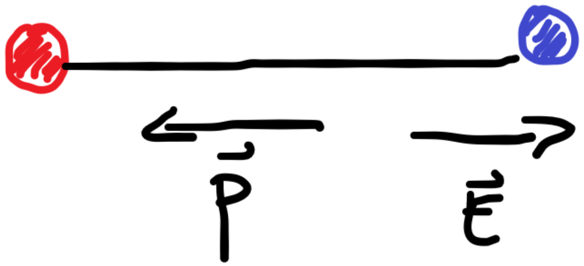
$W = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

$\theta = 0$

min → E

$W = -\vec{p}\,\vec{E} = -|\vec{p}| \cdot |\vec{E}| \cos 0^\circ$
$= -|\vec{p}||\vec{E}|$ min

$\theta = 180^\circ$



max

$W = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -|\vec{p}||\vec{E}| \cos 180$
$= +|\vec{p}||\vec{E}|$ max

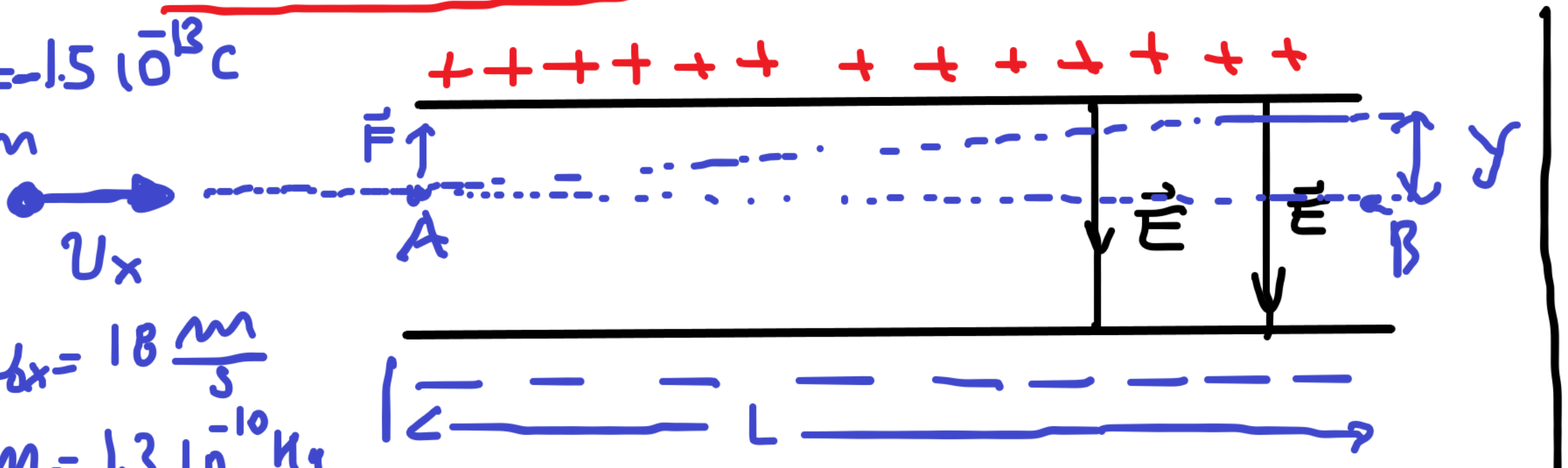
$\Delta E = 2|P||E|$

$$\left.\begin{aligned} E_f &= |P| \cdot |E| \\ E_i &= -|p| \cdot |E| \end{aligned}\right\} \Delta E = 2|P||E|$$

# ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΠΕΔΙΟ

12.3.21






$q = -1.5\ 10^{-13}\ C$

$v_{0x} = 18\ \frac{m}{s}$

$m = 1.3\ 10^{-10}\ Kg$

$E = 1.4\ 10^{6}\ N/C$

$L = 1.6\ m$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 \quad (1)$$

$$a_y = qE/m \quad (2)$$

$$t = ? \quad L = v_{0x} t \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow a_y = \frac{1.5\ 10^{-13}\ \cancel{C} \cdot 1.4\ 10^{6}\ N \cancel{C^{-1}}}{1.3\ 10^{-10}\ Kg} = \frac{1.5 \cdot 1.4}{1.3}\ 10^{+3}\ \frac{m}{sec^2}$$

$$(3) \Rightarrow t = \frac{L}{v_x}$$

$$(1)(2)(3) \Rightarrow y = \frac{1}{2} a_y t^2 = 0.64\ mm$$

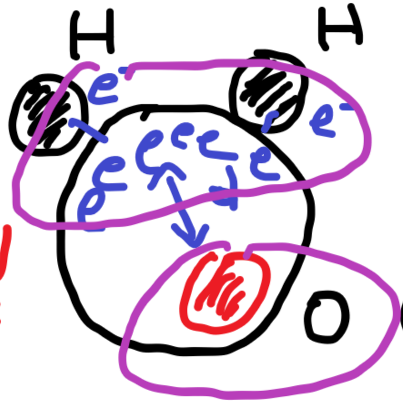
# ΠΡΟΒΛΗΜΑ 22-5

12.3.21

5

ΔΙΝΕΤΑΙ ΜΟΡΙΟ $H_2O$

$d = ?$ , $\tau_{max} = ?$ $E = 1.5\,10^{4}\ \frac{N}{C}$




$(10e, 10p)$

$P = 6.2 \cdot 10^{-30}\ C m$


$q = 10 \times 1.6\,10^{-19}\ C$

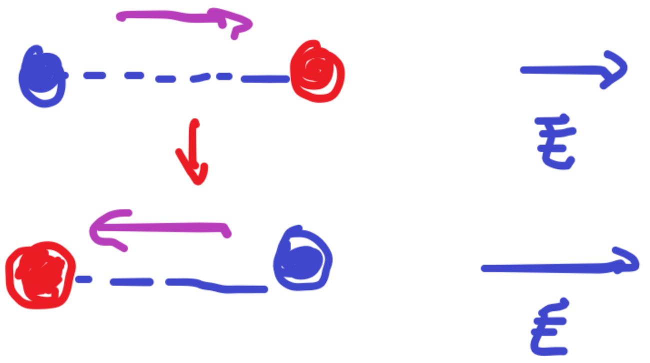
## ΛΥΣΗ

1) $P = q \cdot d \Rightarrow 6.2\,10^{-3}\ Cm = 10\ 1.6\,10^{-19}\ C \cdot d \Rightarrow d = 3.9\,10^{-12}\ m$

✓ ✓ ?

2) $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = \underbrace{|p|\,|E|\,\sin\theta}\ \hat{n} \longrightarrow \tau_{max} = |p||E| = 9.3\,10^{-26}\ N.m$

3)




$W = pE(\cos\theta - \cos\theta_0) = p \cdot E\,(1 - (-1))$

$W = 2pE = 1.9\,10^{-25}\ J$

$\cancel{1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^{10}}$

$\hat{n}$ - → +   $p = q \cdot d$   $n = (u\,d\,d)$

12.3.21 ⑥

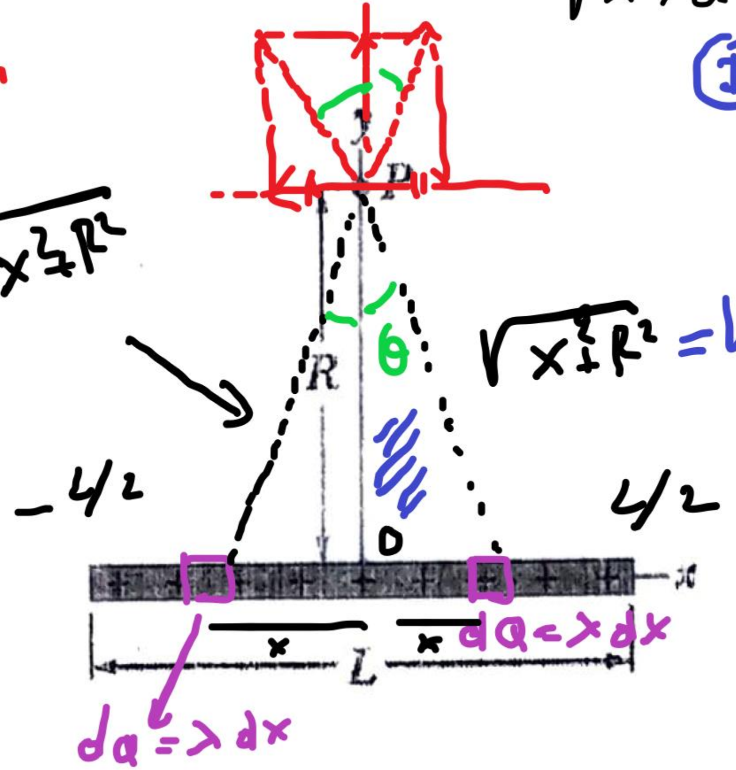
# ΑΣΚΗΣΗ 22.32:

Υπολογίστε το μέτρο και την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο P, όταν η ράβδος είναι ομοιόμορφα φορτισμένη με θετικό φορτίο q=7.81 pC, και έχει μήκος L=14.5cm. Η απόσταση του P από το κέντρο της ράβδου είναι R=6.00 cm.

ΔΙΔΕΤΑΙ ΟΤΙ $\int \frac{dx}{(x^2+\alpha^2)^{3/2}} = \frac{x}{\alpha^2\sqrt{x^2+\alpha^2}}$

$\lambda = q/L = \frac{7.81\,pC}{14.5\,cm}$

Ⓘ




## ΛΥΣΗ:

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{h^2+L/2}\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{x^2+R^2}\cdot\frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}} \Rightarrow$$

$h=\sqrt{x^2+R^2}$ $\qquad \sqrt{x^2+R^2}=h$

$$\int dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda R\int\frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}} \Rightarrow E_z = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0}2\int_0^{L/2}\frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}} \Rightarrow \text{Ⓘ}$$

$-L/2$

$$E_z = \frac{2\lambda R}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{x}{R^2(x^2+R^2)^{1/2}}\right]_0^{L/2} = \frac{\cancel{2}\lambda R}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{(L/\cancel{2})}{R^2\left(\frac{L^2}{4}+R^2\right)^{1/2}}\right]$$

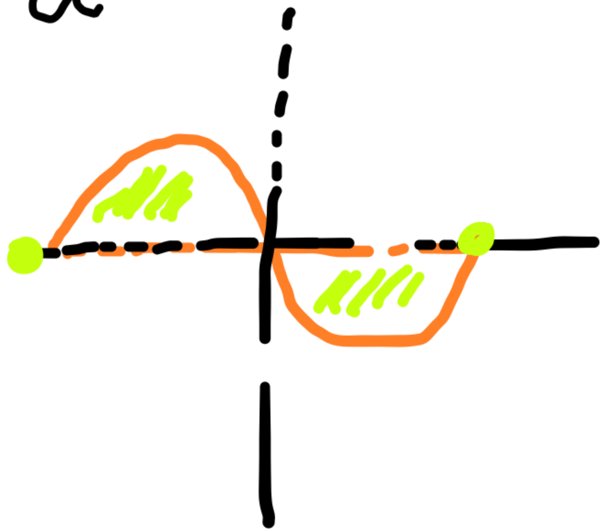
$$\rightarrow E_z = \frac{\lambda \cancel{R}}{4\pi\varepsilon_0} \underbrace{\frac{L}{R^{\cancel{2}}\left(R^2+\frac{L^2}{4}\right)^{1/2}}}_{\frac{2L}{R^2\left(4R^2+L^2\right)^{1/2}}} = \frac{\lambda L}{2\pi\varepsilon_0 R} \frac{1}{\sqrt{4R^2+L^2}}$$

$$E_z = \frac{60}{2\pi\varepsilon_0 R} \frac{1}{\sqrt{4R^2+L^2}} = 12.4 \ N/C$$

# ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΑΡΤΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

- $f(x) = f(-x)$

$$\int_{-\alpha}^{+\alpha} f(x)\,dx = \int_0^{\alpha} f(x)\,dx + \underbrace{\int_{-\alpha}^{0} f(x)\,dx}_{y=-x \Rightarrow dy=-dx} = 2\int_0^{\alpha} f(x)\,dx$$



$$\underbrace{\int_{+\alpha}^{0} (-1\,dy)\,\underbrace{f(-y)}_{f(y)}}$$

$$-\int_{+\alpha}^{0} f(y)\,dy = \int_0^{\alpha} f(y)\,dy$$

(9) 12.3.21 **ΑΣΚΗΣΗ 22.54**

Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται με αρχική ταχύτητα 40 Km/s σε μία περιοχή με ομοιόμορφο ηλεκτρικό πεδίο έντασης **E** = 50*N*/**C**. Το ηλεκτρόνιο κινείται στην ίδια διεύθυνση με αυτή του πεδίου. (a) πόση είναι η ταχύτητα του ηλεκτρονίου μετά από παρέλευση χρόνου 1.5 ns από την είσοδό του στην περιοχή του πεδίου; (b) Πόση απόσταση θα διανύσει το ηλεκτρόνιο μετά από χρόνο 1.5ns;

$m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ Kg

$q_e = -1.6 \times 10^{-19}$ C

$v_{x0} = 40$ Km/s

$E = 50$ N/C

$e = 1.6\ 10^{-19}$ C

$m = 9.11\ 10^{-31}$ Kg

$\longrightarrow E$

$m = 10^{-3}$

$\mu = 10^{-6}$

$n = 10^{-9}$

$p = 10^{-12}$

$v_x \qquad F = -e\vec{E} \qquad v_x$

$N/Kg = \dfrac{m}{sec^2}$

∴ Το $e^-$ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΕΤΑΙ

$$\alpha = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{1.6\ 10^{-19}\ \cancel{C} \cdot 50\ N\ \cancel{C^{-1}}}{9.11\ 10^{-31}\ Kg} \ldots$$

α) $v(1.5ns) = v_{x0} - \alpha t \Big|_{t=1.5\ 10^{-9}s} = 40\ 10^{3} \dfrac{m}{s} - \dfrac{1.6\ 10^{-19} \times 50\ m}{9.11\ 10^{-31}\ \cancel{sec^2}}\ 1.5\ 10^{-9}\ \cancel{sec}$

$v(1.5ns) = 2.7\ 10^{4}\ m/s$

β) $D = v_{0x} t - \frac{1}{2} \alpha t^2 = \ldots$

$D = v_{0x} t - \frac{1}{2} a t^2$ (1)  $t = 1.5\ ns$, $a$, $v_{0x}$

$v = v_{0x} - a t \Rightarrow v - v_{0x} = -a t \Rightarrow a = (v_0 - v)/t$ (2)

(1) (2) $\rightarrow$ $D = v_{0x} t - \frac{1}{2} \frac{v_{0x} - v}{\cancel{t}} t^{\cancel{2}} = \underbrace{v_{0x} t - \frac{1}{2} v_{0x} t}_{\frac{v_{0x} t}{2}} + \frac{1}{2} v t$

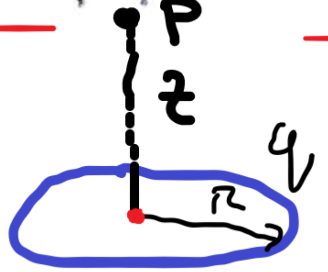
$$\boxed{D = \frac{1}{2}(v + v_{0x}) t = 5\ 10^{-5}\ m}$$

ΑΣΚΗΣΗ
22.30

12.3.21



Για έναν ομοιόμορφα φορτισμένο δακτύλιο ακτίνας R, οποίος εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα, υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο (α) για z=0 και (β) z=∞ . Υπολογίστε επίσης ως συνάρτηση του R την τιμή του z για την οποία το πεδίο παίρνει την μέγιστη τιμή του.




$$E = \frac{q\,z}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+R^2)^{3/2}}$$

**ΛΥΣΗ:**

α) $E(z=0) = 0$ β) $z \to \infty$ $z \gg R$

$$E = \frac{q\,\cancel{z}}{4\pi\varepsilon_0 z^{\cancel{3}} \left(1+R^2/z^2\right)^{3/2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\left(1+\frac{R^2}{z^2}\right)^{-3/2} \Rightarrow$$

$$E \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\Bigl(1 - \underbrace{\frac{3}{2}\frac{R^2}{z^2}}_{z \gg R} \to 0\Bigr) \to \boxed{E(z \gg R) \simeq \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}}$$

← ΣΗΜΕΙΑΚΟ ΦΟΡΤΙΟ

ΣΥΝΕΧ. 22.30 12.3.21 

$$(\gamma)\quad \frac{dE_z}{dz} = \frac{d}{dz}\left[\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d}{dz}\left[\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}\right]$$

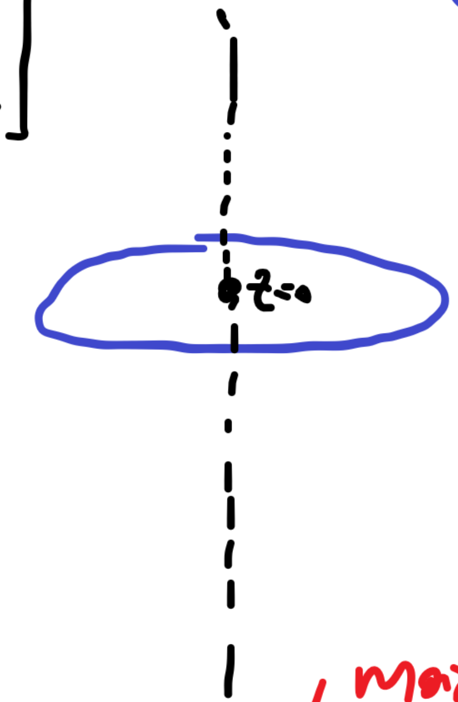
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1\,(z^2+R^2)^{3/2} - z\,\frac{3}{\cancel{2}}(z^2+R^2)^{1/2}\,\cancel{2}z}{(z^2+R^2)^3}$$

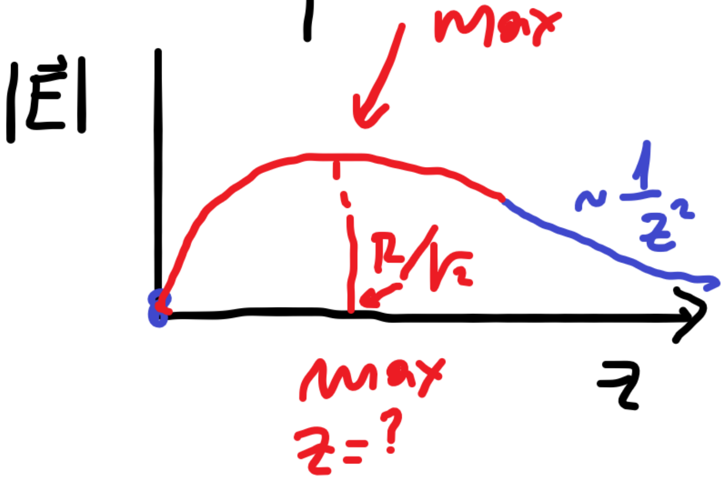
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{(z^2+R^2)^{3/2} - 3\,z^2(z^2+R^2)^{1/2}}{(z^2+R^2)^3}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\cancel{(z^2+R^2)^{1/2}}\,\frac{(z^2+R^2) - 3z^2}{(z^2+R^2)^{\cancel{3}\,5/2}}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{R^2 - 2z^2}{(R^2+z^2)^{5/2}} = 0 \Rightarrow z = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{d^2}{dz^2}[\ \ ] < 0$$



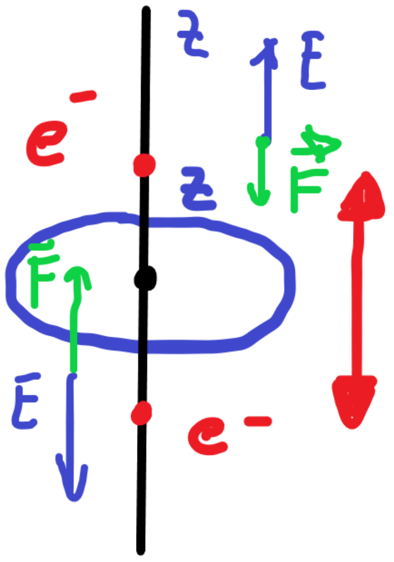



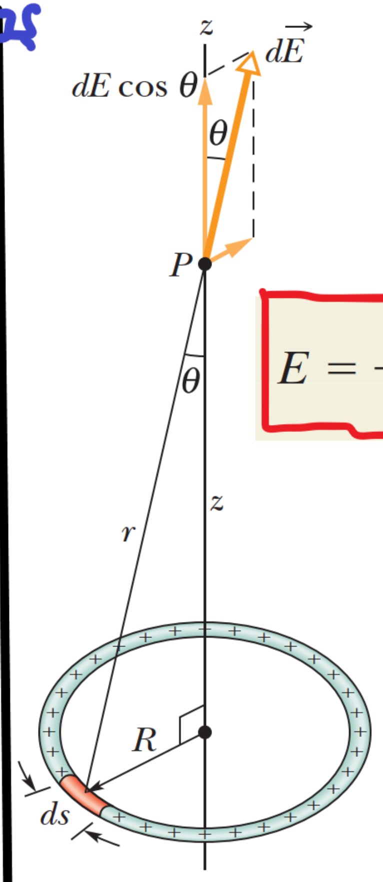
## ΑΣΚΗΣΗ:

ΔΙΝΕΤΑΙ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΣ ΔΑΚΤΥΛΙΟΣ ΜΕ ΦΟΡΤΙΟ $q$ ΚΑΙ ΑΚΤΙΝΑ $R$. ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΟ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΑΞΟΝΑ $z$ ΤΟ ΔΑΚΤΥΛΙΟΥ ΣΕ ΜΙΚΡΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΑΠΟ ΤΟ ΚΕΝΤΡΟ ($z \ll R$). ΔΕΙΞΤΕ ΟΤΙ ΤΟ $e^-$ ΕΚΤΕΛΕΙ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ

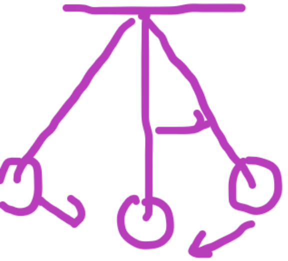
$$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\varepsilon_0 m R^3}},$$

ΟΠΟΥ $e$, $m$ ΤΟ ΦΟΡΤΙΟ ΚΑΙ Η ΜΑΖΑ ΤΟ $e^-$




$$\boxed{E = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}}$$



$$E_z = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 (z^2+R^2)^{3/2}} = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 R^3 \left(1+ z^2/R^2\right)^{3/2}} \Bigg\} \Rightarrow$$

$z \ll R$

$$\rightarrow E_z = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\Big(1+\underbrace{\frac{z^2}{R^2}}_{x}\Big)^{-3/2} \approx \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\Big(1-\frac{3}{2}\underbrace{\frac{z^2}{R^2}}_{x}\Big) \Rightarrow \boxed{E_z \simeq \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 R^3}} \rightarrow$$

12.3.21

13

$$E_z \simeq \frac{q z}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

$$\boxed{F_z \simeq -\frac{q z \cdot e}{4\pi\varepsilon_0 R^3}}$$

$$m\frac{d^2 z}{dt} = -\frac{q e z}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \Rightarrow$$

$e = 1.6\ 10^{-19}\ C$

$$\boxed{\frac{d^2 z}{dt^2} + \left[\frac{q e}{4\pi\varepsilon_0 m R^3}\right] z = 0}$$

$\therefore$

$$\boxed{\omega^2 = \frac{q e}{4\pi\varepsilon_0 m R^3}}$$

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ