

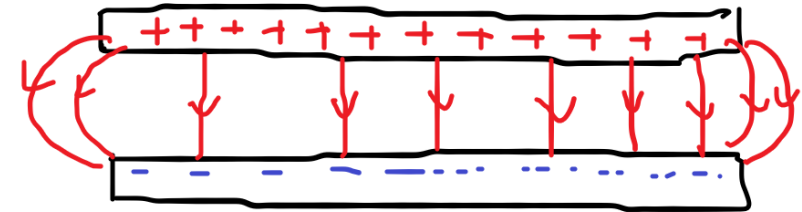
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 25: ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ

2.4.21

①

ΠΥΚΝΩΤΗΣ : ΣΥΣΤΗΜΗ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

ΣΥΜΒΟΛΟ



$$Q = C \cdot V$$

← ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΕΤΑ ΑΙΡΑ

↑ ΦΟΡΤΙΟΤΟΥ ΠΥΚΝΩΤΗ

$$Q = C V$$

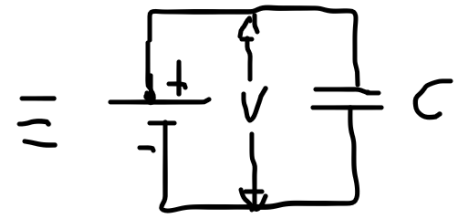
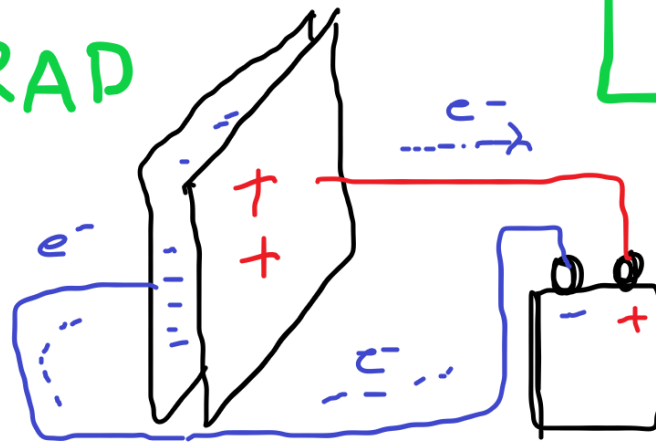
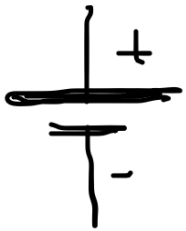
↓ Coulomb

→ Volt

→ FARAD

$$1F = \frac{C}{V}$$

→ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ

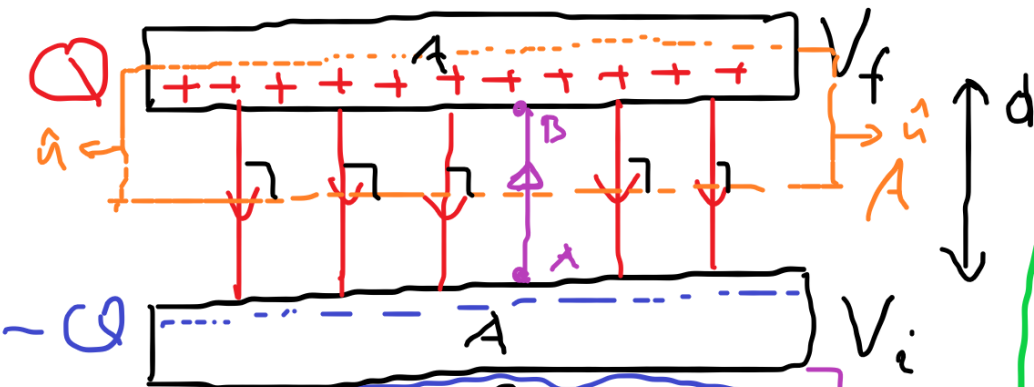


ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

2.4.21

(2)

Χωρητικότητα από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά ...



$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot A = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow$$

$$E = \frac{Q}{A\epsilon_0}$$

$$V_f - V_i = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{e}$$

$$V = V_f = - \int_A^B \frac{Q}{A\epsilon_0} (-\hat{k}) \cdot (\hat{k} dz)$$

$$= \frac{Q}{A\epsilon_0} \int_A^B dz = \frac{Qd}{A\epsilon_0} \Rightarrow V = \frac{Qd}{A\epsilon_0}$$

$$Q = CV$$
$$Q = \left[\epsilon_0 \frac{A}{d} \right] V$$

ΥΠΟΘΕΤΟΥΜΕ
ΦΟΡΤΙΟ Q

ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ
ΤΟ E ΜΕ GAUSS

ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ
ΤΟ V ΑΠΟ ΤΟ E

$Q = CV$

$C = \epsilon_0 A/d$

ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΣΤΑΘΕΡΑ ΤΟΥ ΚΕΝΟΥ : ϵ_0

2.4.21

3

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C \cdot C}{(N \cdot m) \cdot m}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$$

$$\frac{C \cdot C}{\text{Joule} \cdot m} = \frac{C \cdot \cancel{C}}{\cancel{C} \cdot V \cdot m} = \frac{F}{m}$$

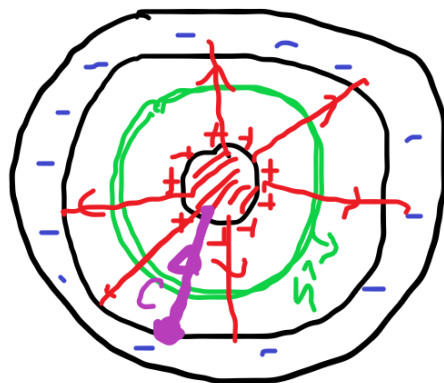
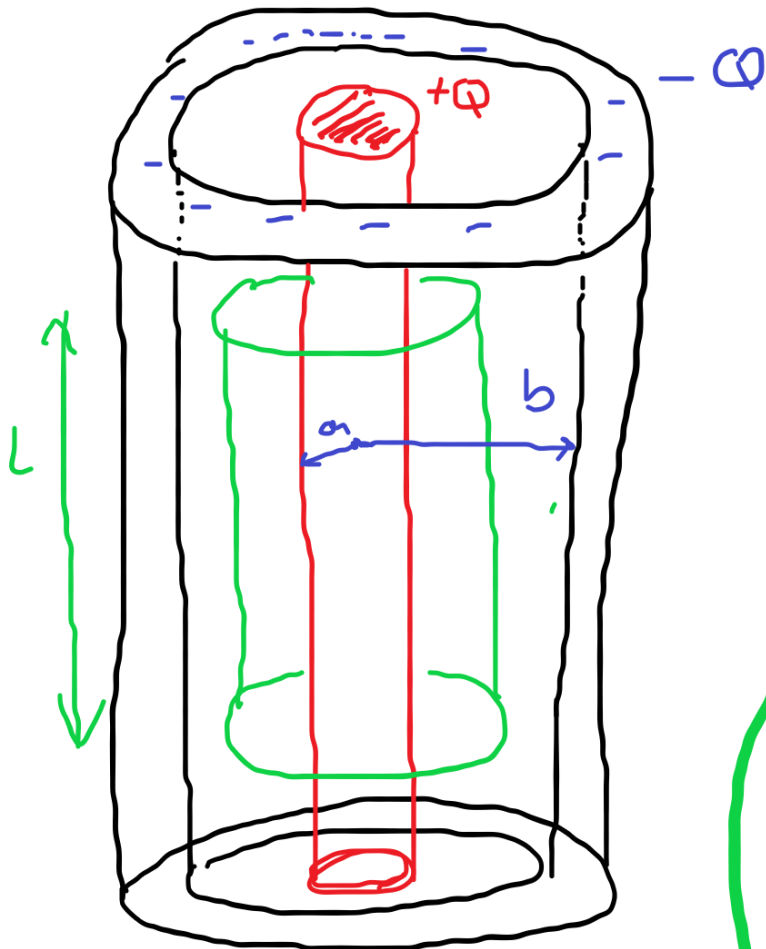
$$V = \frac{W}{q}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΠΥΚΝΟΤΗ

2/4/21

4



$$\text{I) } \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q_{in} / \epsilon_0$$

$$2\pi r \cdot L \cdot E = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \frac{1}{r} \hat{r}$$

$$\text{II) } V = - \int_b^a \left[\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \frac{1}{r} \right] \cdot (dr \hat{r}) = - \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln r \Big|_b^a$$

$$\rightarrow V = + \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln(b/a)$$

\Rightarrow

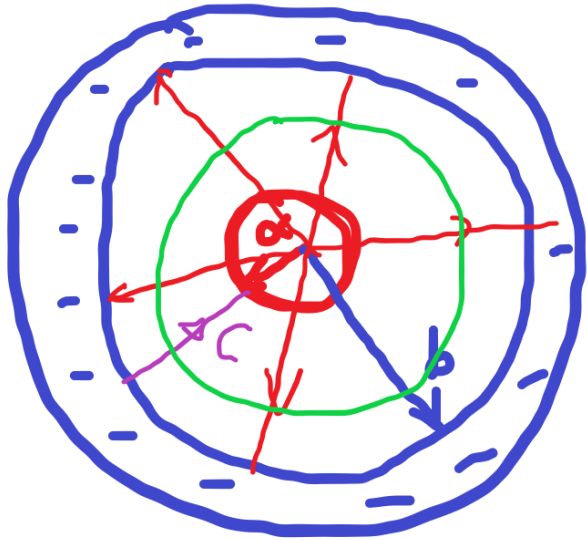
$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(b/a)}$$

$$Q = \left[\frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(b/a)} \right] V \Rightarrow$$

$V_f - V_i = 0$

ΣΦΑΙΡΙΚΟΣ ΠΥΚΝΟΤΗΣ

2.4.21 (5)



$$\text{I) } \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{IN}}{\epsilon_0} \Rightarrow 4\pi r^2 \cdot E = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

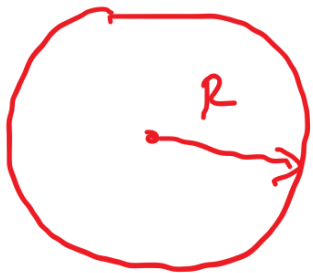
$$\text{II) } V = - \int_b^a \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}_0 \right) \cdot \left(\hat{r}_0 dr \right) = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{b-a}{a \cdot b} \Rightarrow$$

$$Q = \left[4\pi\epsilon_0 \frac{a \cdot b}{b-a} \right] \cdot V$$

$$\Rightarrow C = 4\pi\epsilon_0 \frac{a \cdot b}{b-a}$$

ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΦΑΙΡΑΣ



$C = ?$

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} C = 4\pi\epsilon_0 a$$

$$\hookrightarrow C = 4\pi\epsilon_0 \frac{b}{b} \frac{a}{(1 - \frac{a}{b})}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{a}{1 - \frac{a}{b}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1: ΤΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΕΧΕΙ ΕΠΠΕΔΟΣ 2.4.21
 ΠΥΚΝΟΤΗΣ ΜΕ $C = 1\text{F}$ ΚΑΙ $d = 1\text{mm}$

6



$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow$$

$d \leftarrow 1\text{mm}$

$\hookrightarrow 1\text{F}$

$$A = \frac{C \cdot d}{\epsilon_0} = \frac{1\text{F} \cdot 10^{-3}\text{m}}{8.85 \cdot 10^{-12}\text{F/m}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2: ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ
 ΓΗΣ. $R = 6370\text{km}$

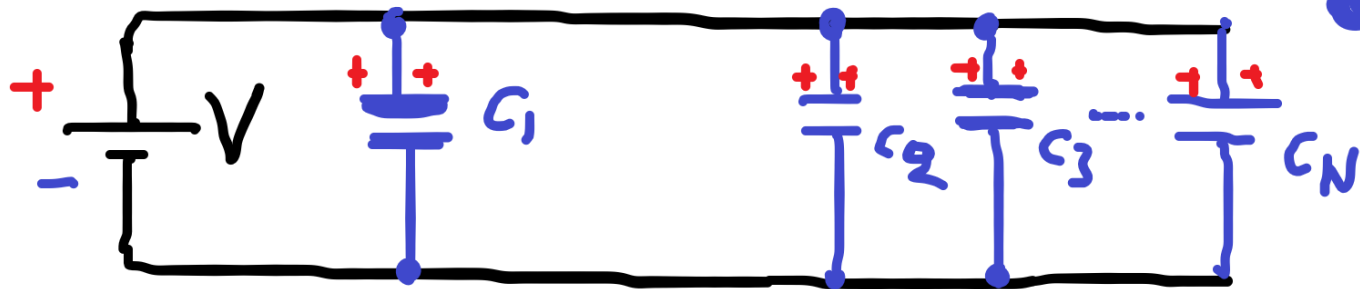
$$A = 1.1 \cdot 10^8 \text{m}^2$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 \cdot R = 4 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 6370 \cdot 10^3 \text{m} = 710 \mu\text{F}$$

ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΣΕ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΣΥΝΔΕΣΗ

2.4.21

(7)



• ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΣΥΝΔΕΣΗ ⇒
ΟΛΟΙ ΟΙ ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΕΧΟΥΝ
ΤΟ ΙΔΙΟ V ΣΤΑ ΛΗΡΑ
ΤΟΥΣ

• $Q_{ox} = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_N$

• $C_{ox} = ?$

$$Q_{ox} = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_N$$

$$Q_{ox} = C_1 V + C_2 V + \dots + C_N \cdot V$$

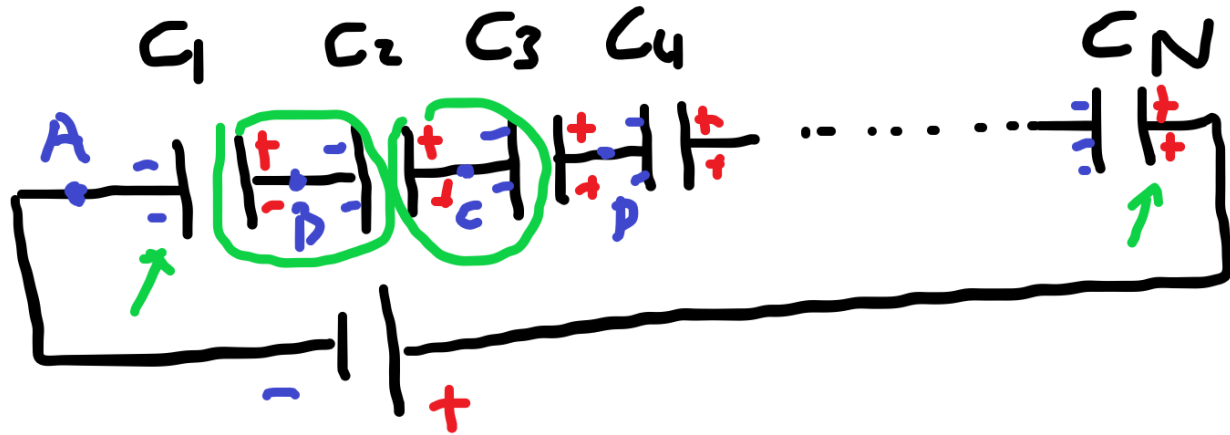
$$Q_{ox} = \underbrace{(C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N)}_{C_{ox}} \cdot V$$

$$C_{ox} = C_1 + C_2 + \dots + C_N$$

ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

2.4.21

8



① $Q_{ox} = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_N$

② $V_{ox} = V_1 + V_2 + \dots + V_N$

② $\Rightarrow V_{ox} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \dots + \frac{Q_N}{C_N} \Rightarrow V_{ox} = Q_{ox} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} \right)$

ΟΜΟΣ $V_{ox} = \frac{Q_{ox}}{C_{ox}}$ ④

③ ④

$\Rightarrow \frac{1}{C_{ox}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}$

Π.Χ. $\frac{1}{C_{ox}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_{ox} = \frac{C}{2}$ ③