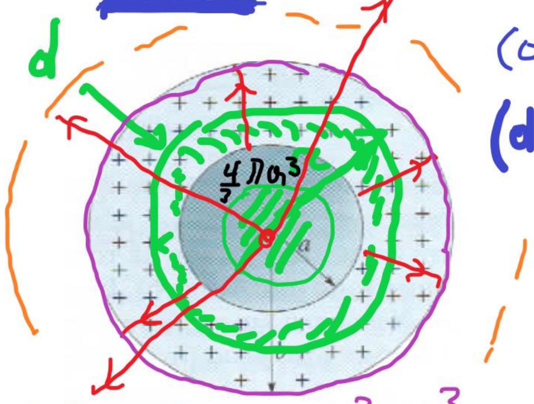
23.50 Στο παρακάτω σχήμα εικονίζεται ένα σφαιρικό κέλυφος με σταθερή χωρική πυκνότητα φορτίου $\rho = 1.84\, nC/m^3$, εσωτερική ακτίνα $a = 10\ cm$ και εξωτερική $b = 2a$. Πόσο είναι το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου στις ακόλουθες αποστάσεις (a) $r = 0$ (b) $r = a/2$ (c) $r = a$ (d) $r = 1.5a$ (e) $r = b$ και (f) $r = 3b$;

28.3.21 (1)



(α) (b) (c) $\Rightarrow Q_{IN} = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0 \rightarrow \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{IN}}{\varepsilon_0} = 0$

A

Πράσινη επιφάνεια έχει $Q_{IN} = 0$

κούφιο

(d) $r = 1.5\alpha = 15\ cm$

$$\underbrace{\oint \vec{E}\cdot d\vec{A}}_{|\vec{E}|\cdot \cancel{4}\pi r^2} = \frac{q_{IN}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left\{\frac{4}{3}\pi r^3 - \boxed{\frac{4}{3}\pi a^3}\right\}\rho = \frac{\cancel{4}\pi}{3\varepsilon_0}(r^3 - a^3)\rho$$

$$\Rightarrow \boxed{|\vec{E}| = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{r^3 - a^3}{r^2}} \rightarrow \vec{E} = |\vec{E}|\,\hat{r}_0 = 7.32\ \frac{N}{C}$$

(e) $|\vec{E}| = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{b^3 - a^3}{b^2} = 12.1\ N/C$

$b = 2a$ $\quad \vec{E} = |\vec{E}|\hat{r}_0$

(f) $|\vec{E}| = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{b^3 - a^3}{(6a)^2}$ $\quad \vec{E} = |\vec{E}|\hat{r}_0$

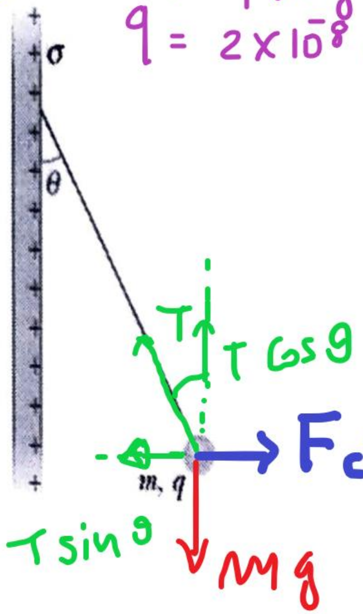
$r = 3b = 3\cdot 2\cdot a = 6a$

23.41 Στο παρακάτω σχήμα η μικρή μονωμένη σφαίρα έχει μάζα $m = 1mg$ και φορτίο $q = 2 \times 10^{-8} C$. Η σφαίρα κρέμεται με ένα μονωμένο νήμα και ισορροπεί υπο γωνία $\theta = 30°$ με ένα ομοιόμορφα φορτισμένο φύλο απείρων διαστάσεων. Θεωρώντας την δύναμη της βαρύτητας επί της σφαίρας υπολογίστε την επιφανειακή πυκνότητα σ του φύλου.

σ

$m = 1mg$ $\quad \theta = 30°$

$q = 2 \times 10^{-8} C$



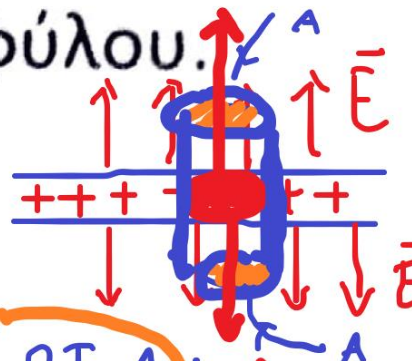
$F_c = q \cdot E = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$

$$T \sin\theta = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0} \quad (1)$$

$$T \cos\theta = mg \quad (2)$$

$$\therefore \frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \tan\theta = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 mg} =$$

$$\sigma = 2\varepsilon_0 mg \tan\theta / q \ \ldots\ldots$$

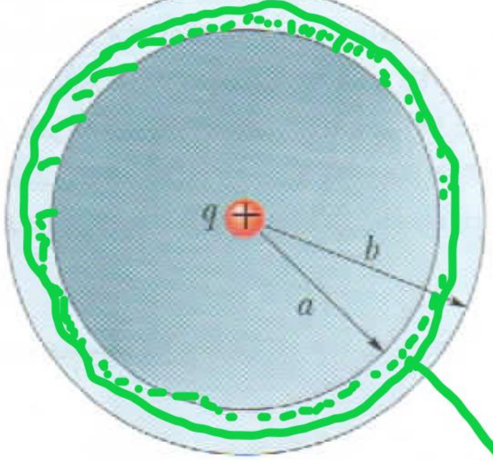


$$2E \cdot A = \frac{A\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

23.49 Στο Σχ. 23-50, ένα μη αγώγιμο σφαιρικό κέλυφος, εσωτερικής ακτίνας a = 2.00 cm και εξωτερικής ακτίνας b = 2.40 cm, έχει (μέσα στον όγκο του) θετική χωρική πυκνότητα φορτίου $\rho = A/r$, όπου A μια σταθερά και r είναι η απόσταση από το κέντρο του κελύφους. Επιπλέον, μια μικρή μπάλα φορτίου q = 45 fC είναι τοποθετημένη σ' αυτό το κέντρο. Ποια τιμή θα πρέπει να έχει το A, αν το ηλεκτρικό πεδίο εντός του κελύφους ($a \le r \le b$) είναι ομογενές;

→ ΣΤΑΘΕΡΟ



ΣΧΗΜΑ 23-50 Πρόβλημα 49.

28.3.21 ③

$\alpha = 2.0$ cm

$b = 2.4$ cm

$\rho = A/r$

$q = 45$ fC $= 45\ 10^{-15}$ C

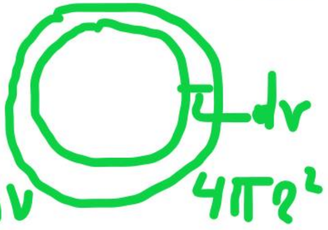
m → 10^{-3}

μ → 10^{-6}

n → 10^{-9}

p → 10^{-12}

f → 10^{-15}



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{IN}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left\{\int_\alpha^r \overset{\rho}{\frac{A}{\cancel{r}}}\,\overbrace{4\pi r^{\cancel{2}} dr}^{dV} + q\right\} \Rightarrow$$

A ↓ μέσα στο κέλυφος

$$\cancel{4\pi} r^2 |E| = \frac{1}{\varepsilon_0}\left\{4\pi\left[\frac{r^2}{2}\right]_\alpha^r A + q\right\} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left\{A\cancel{4\pi}\frac{r^2}{2} - \cancel{4\pi}\frac{\alpha^2}{2}A + \frac{q}{4\pi}\right\} \Rightarrow$$

$$|E| = \frac{1}{\varepsilon_0 r^2}\left[A\frac{r^2}{2} - \frac{\alpha^2}{2}A + \frac{q}{4\pi}\right] = \frac{A}{2\varepsilon_0} - \frac{A\alpha^2}{2\varepsilon_0 r^2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ → ΟΜΟΓΕΝΕΣ = ΣΤΑΘΕΡΟ

$$\rightarrow \frac{A\alpha^2}{\cancel{2}\cancel{\varepsilon_0}\cancel{r^2}} = \frac{q}{\cancel{2}\cdot 2\pi\cancel{\varepsilon_0}\cancel{r^2}} \Rightarrow A\alpha^2 = \frac{q}{2\pi} \Rightarrow \boxed{A = \frac{q}{2\pi\alpha^2}}$$

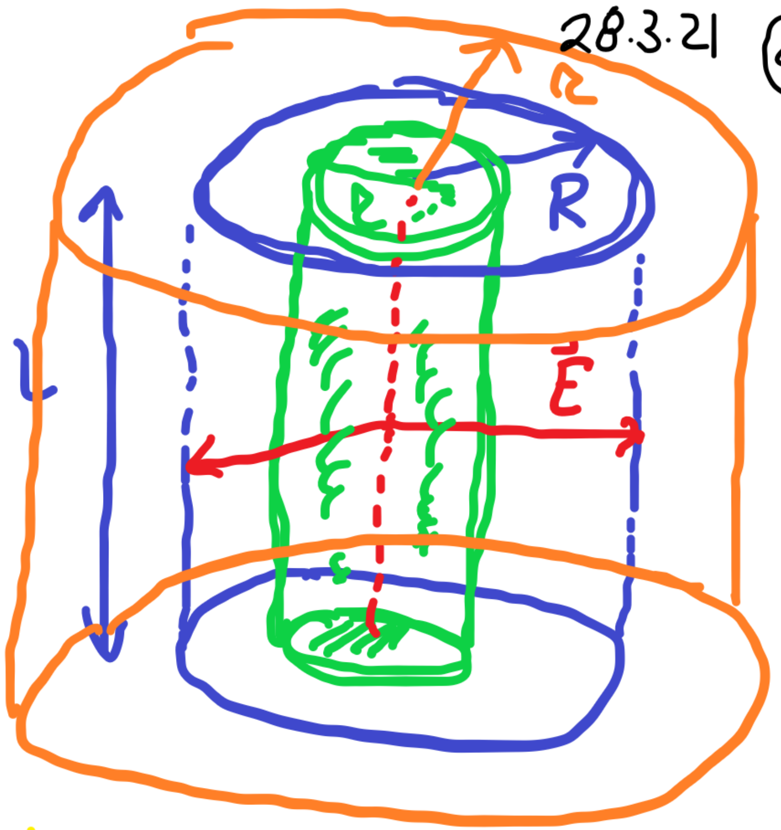
28.3.21 4

23.74 Φορτίο κατανέμεται ομοιόμορφα στον όγκο ενός συμπαγούς κυλίνδρου, ακτίνας R, με άπειρο μήκος. (α) Να δείξετε ότι, σε απόσταση $r < R$ από τον άξονα του κυλίνδρου,

$$\boxed{E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0},}$$

όπου ρ είναι η χωρική πυκνότητα φορτίου. (β) Να γράψετε μια έκφραση για το E όταν $r > R$.

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ⇒ $\rho =$ σταθερό



ΛΥΣΗ

$r < R$

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = Q_{IN}$$

$$\varepsilon_0 |\vec{E}|\cdot 2\cancel{\pi}\cancel{r}\cdot\cancel{L} = \rho\,\cancel{\pi} r^{\cancel{2}}\cdot\cancel{L} \Rightarrow$$

$$2\varepsilon_0 |\vec{E}| = \rho r \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r$$

$$\boxed{\vec{E} = (\rho/2\varepsilon_0)\, r\, \hat{r}_0} \quad (1)$$

$r > R$

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = Q_{IN}$$

$$\varepsilon_0\, 2\cancel{\pi} r\cdot\cancel{L}\,|\vec{E}| = \rho\,\underbrace{\cancel{\pi} R^2\cdot\cancel{L}}_{\text{ογκος μπλε}}$$

$$\boxed{|\vec{E}| = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}} \quad (2)$$