ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΚΕΦ. 23 - ΝΟΜΟΣ GAUSS

6.4.20 1

23-49

23-41

23-67

23-71

23-74

23-76

23-14

23-26

23-54

ΑΣΚΗΣΗ 23-49 : ΜΗ ΑΓΩΓΙΜΟ ΚΕΛΥΦΟΣ

(2)

$a = 2.0\ cm$, $b = 2.4\ cm$

$\rho = \dfrac{A}{r}$ ←, η χωρική πυκνότητα μεταβάλλεται ως συνάρτ. της ακτίνας !!

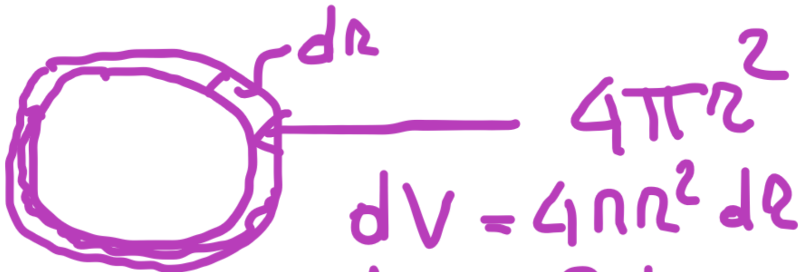
$q = 45\ fC$

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕ ΤΗ ΣΤΑΘΕΡΑ Α έτσι ώστε το πεδίο να είναι ομογενές μέσα στο κέλυφος

ΛΥΣΗ:

$$\varepsilon_0 \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = Q_{IN} \quad (1)$$

$$Q_{IN} = q + \int 4\pi r^2 \frac{A}{r}\, dr \quad (2)$$



$dV = 4\pi r^2 dr$

$dQ = \rho\, dV$

23-49 συνεχίζω . . . 6/4/20 3

①② $\to$ $\varepsilon_0 4\pi r^2 E = q + \int_a^r 4\pi \cancel{r^2}\frac{A}{\cancel{r}}\,dr = q + 4\pi A\int_a^r r\,dr \Rightarrow$

$\varepsilon_0 4\pi r^2 E = q + 4\pi A \frac{r^2}{2}\Big|_a^r = q + 4\pi A \frac{1}{2}(r^2-a^2) = q + 2\pi A(r^2-a^2) \to$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \underbrace{\frac{\cancel{2\pi} A}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 r^2}(r^2-a^2)}_{\frac{A}{2\varepsilon_0 \cancel{r^2}}\cancel{r^2} - \frac{A}{2\varepsilon_0 r^2}a^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \underbrace{\frac{A}{2\varepsilon_0}}_{\text{σταθερά}} - \frac{A a^2}{2\varepsilon_0 R^2}$$

ΑΡΑ ΓΙΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΣΤΑΘΕΡΟ ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ Ο 1ος ΚΑΙ Ο 3ος ΟΡΟΣ ΝΑ ΑΠΑΛ.

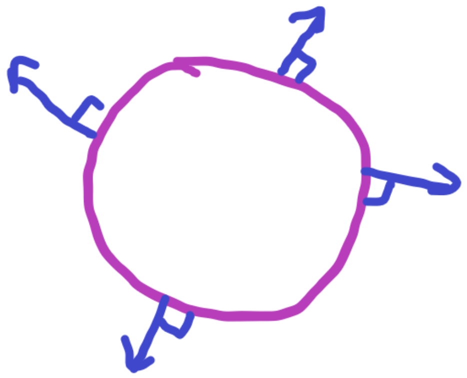
$$\Longrightarrow \frac{q}{\cancel{2}4\pi\cancel{\varepsilon_0 r^2}} = \frac{A a^2}{2\cancel{\varepsilon_0 r^2}} \Rightarrow \boxed{A = \frac{q}{2\pi a^2}}$$

23-49 (συνέχεια)

6.4.20 4

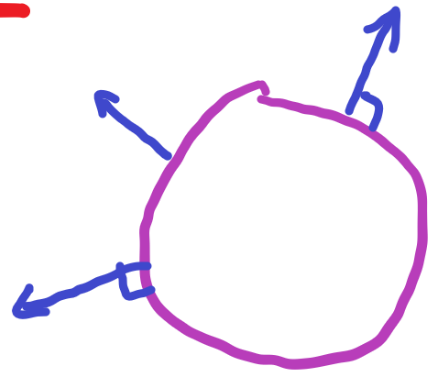
$$\boxed{\vec{E} = \frac{A}{2\varepsilon_0}\hat{r} = \frac{q}{\underbrace{2\pi a^2}}\hat{r}}$$

$|\vec{E}|$

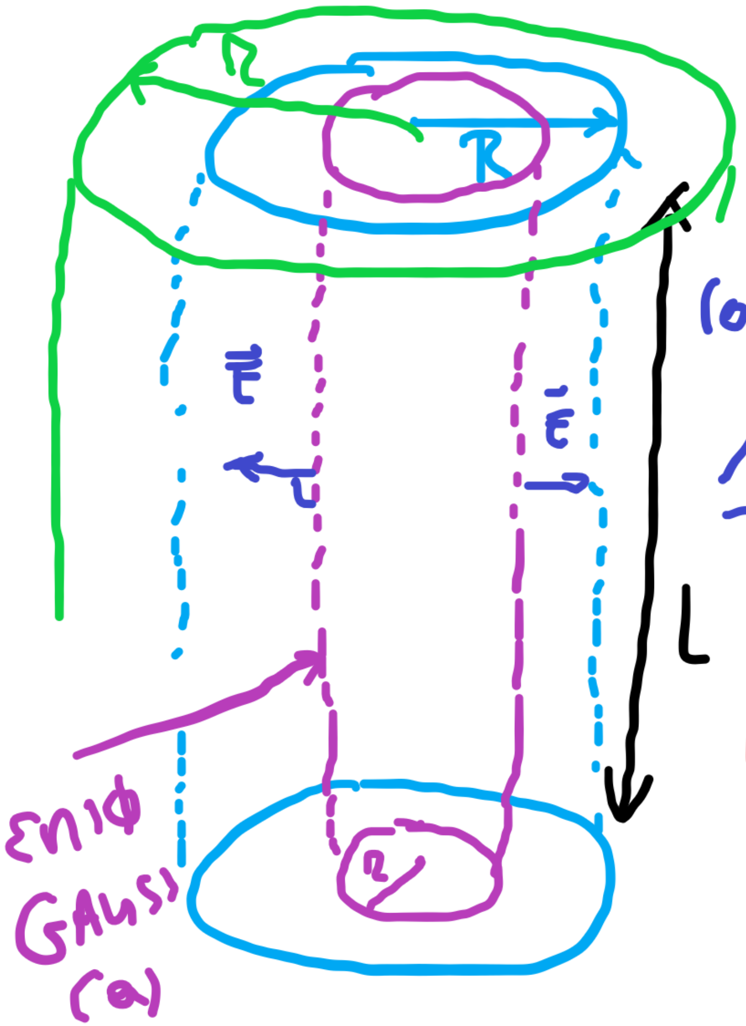


$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \varepsilon_0 E \underbrace{\oint d\vec{A}}_{\text{επιφ. σφαίρ}}$$

$$\varepsilon_0 \underbrace{4\pi r^2}_{\text{επιφ. σφαίρας}} E$$



ΑΣΚΗΣΗ 23-74 : ΦΟΡΤΙΟ ΚΑΤΑΝΕΜΕΤΑΙ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΣΤΟΝ ΟΓΚΟ ΣΥΜΠΑΓΟΥΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ, ΑΚΤΙΝΑΣ R, ΜΕ ΑΠΕΙΡΟ ΜΗΚΟΣ. 6.4.20 5



ρ = σταθερά (ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ)

(α) $E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$ $r<R$ (β) $E = ?$ $r>R$

ΛΥΣΗ: $\varepsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{A} = Q_{IN} \Rightarrow \varepsilon_0 E \underbrace{\oint dA}_{\text{επιφάν. κυλινδ.}} = \underbrace{\pi r^2 L}_{\text{όγκος κυλίνδρου}} \cdot \rho \Rightarrow$

$L E \varepsilon_0 2\pi r L = \pi r^2 L \cdot \rho \Rightarrow$

$$\boxed{E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} \quad r<R}$$

(β) $\varepsilon_0 E 2\pi r \cdot L = \pi R^2 \cdot L \cdot \rho \Rightarrow$

$\varepsilon_0 E 2r = R^2 \rho \Rightarrow \boxed{E = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 24 : ΔΥΝΑΜΙΚΟ

6.4.20

6

24-16
24-26
24-29
24-32
24-65
24-67

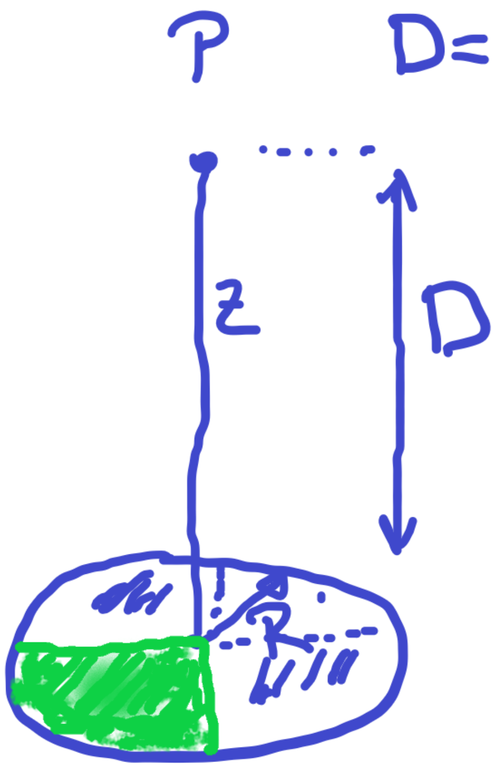
24-99
24-100
24-87
24-25

24-29

6.4.20 (7)

$R = 64.0\ cm$ $\quad \sigma = 7.73\ fC/m^2$

$D = 25.9\ cm$ $\quad V_p = ?$



ΔΙΝΕΤΑΙ ΟΤΙ ΟΛΟΣ Ο ΔΑΚΤ. ΕΧΕΙ ΔΥΝΑΜ.

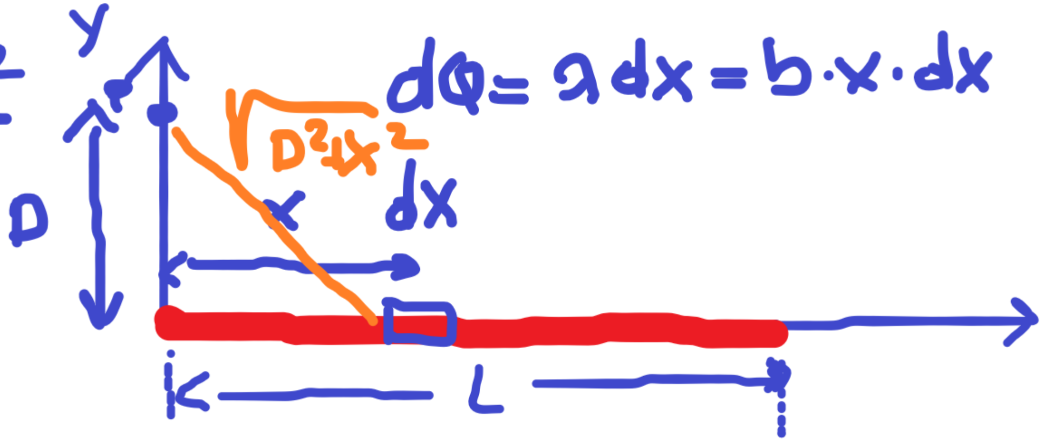
$$V_p = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2+R^2} - z\right)$$

ΛΥΣΗ

$$4V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{D^2+R^2} - D\right)$$

$$\boxed{V = \frac{\sigma}{8\varepsilon_0}\left(\sqrt{D^2+R^2} - D\right)}$$

24-32 6.4.20 8



$dQ = \lambda\, dx = b\cdot x\cdot dx$

$L = 0.2\,m$

$\lambda = bx \quad b = 20\,nC/m^2$

α) $V_{(0,0)}$ β) $V_P : ?$ $D = 0.15\,m$

α) $$\int_0^L dV_{(0,0)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b\cdot x\cdot dx}{x} = \int_0^L \frac{b}{4\pi\varepsilon_0}dx \Rightarrow V = \frac{bL}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$V = 20\times10^{-19}\frac{\cancel{C}}{\cancel{m^2}} \times 8.99\times10^{9}\frac{N\cancel{m^2}}{C^{\cancel{2}}} \times 0.15\,m$$

MONADES

$$\frac{N.m}{C} = \frac{Joule}{C} = \frac{\cancel{C}.VOLT}{\cancel{C}} = V$$

β) $$dV_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b\,x\,dx}{\sqrt{D^2+x^2}} \rightarrow V_P = \frac{b}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L \frac{x\,dx}{\sqrt{D^2+x^2}} \Rightarrow$$

$$V_P = \frac{b}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2}\int_0^L \frac{dx^2}{\sqrt{D^2+x^2}} = \frac{b}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2}\int_0^L \frac{d(x^2+D^2)}{\sqrt{D^2+x^2}}$$

$\Longrightarrow dx^2 = 2x\,dx$

6.4.20 9

$$V_p = \frac{b}{4\pi\varepsilon_0}\,\cancel{\frac{1}{2}}\,\frac{(x^2+P^2)^{-\frac{1}{2}+1}}{\cancel{-\frac{1}{2}+1}}\Bigg|_0^L \Longrightarrow$$

$$\boxed{V_p = \frac{b}{4\pi\varepsilon_0}\left[\sqrt{L^2+D^2} - P\right]}$$