

Εφαρμογή της μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων για LibreOffice & OpenOffice

Ιωάννινα, 02/09/2021

Ιωάννης Παπαδόπουλος
Αν. Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων
(pyannis@uoi.gr)

Εισαγωγή:

Έστω ένα σύνολο μετρήσεων y_i (με σφάλμα σ_{y_i}) συναρτήσει του μεγέθους x_i , με το οποίο συνδέονται με γραμμική σχέση της μορφής $y=a+b x$.

Τα ζητούμενα από την εφαρμογή της μεθόδου των Ελαχίστων Τετραγώνων είναι οι παράμετροι a και b , καθώς και τα σφάλματα σ_a και σ_b αντίστοιχα.

Η εφαρμογή αυτή δέχεται τα δεδομένα των μετρήσεων και υπολογίζει τις παραπάνω παραμέτρους

Μαθηματικές σχέσεις:

1. Γενική περίπτωση:

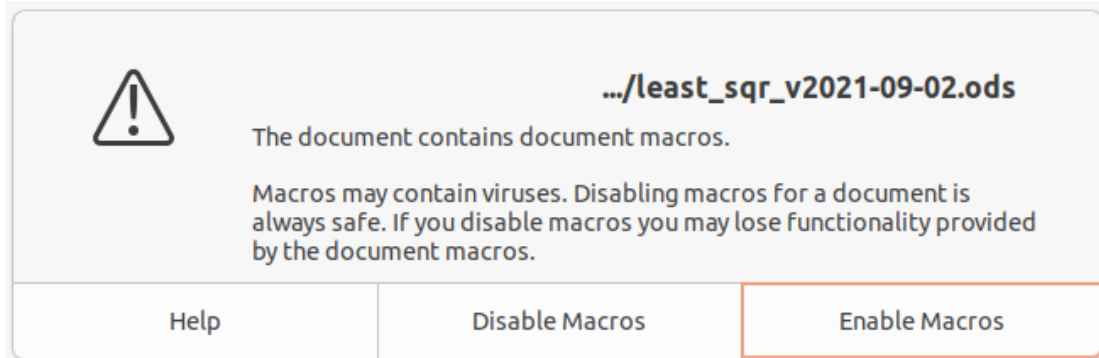
$$\Delta = \sum_i \frac{1}{\sigma_{y_i}^2} \sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2} - \left(\sum_i \frac{x_i}{\sigma_{y_i}} \right)^2$$
$$a = \frac{\sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2} \sum_i \frac{y_i}{\sigma_{y_i}^2} - \sum_i \frac{x_i}{\sigma_{y_i}} \sum_i \frac{x_i y_i}{\sigma_{y_i}^2}}{\Delta}$$
$$b = \frac{\sum_i \frac{1}{\sigma_{y_i}^2} \sum_i \frac{x_i y_i}{\sigma_{y_i}^2} - \sum_i \frac{x_i}{\sigma_{y_i}} \sum_i \frac{y_i}{\sigma_{y_i}^2}}{\Delta}$$
$$\sigma_a = \pm \sqrt{\frac{\sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2}}{\Delta}}$$
$$\sigma_b = \pm \sqrt{\frac{\sum_i \frac{1}{\sigma_{y_i}^2}}{\Delta}}$$

2. Ειδική περίπτωση, στην οποία είναι γνωστή η τεταγμένη επί την αρχή a :

$$b = \frac{\sum_i \frac{x_i y_i}{\sigma_{y_i}^2} - a \sum_i \frac{x_i}{\sigma_{y_i}^2}}{\sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2}}$$
$$\sigma_b = \pm \frac{1}{\sqrt{\sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2}}}$$

Ενεργοποίηση μακροεντολών:

Κατά το άνοιγμα του αρχείου της εφαρμογής, ενδεχομένως θα σας ζητηθεί να επιτρέψετε τη λειτουργία μακροεντολών (**Enable Macros**), πράγμα που θα πρέπει να αποδεχθείτε για τη σωστή λειτουργία της εφαρμογής. Αυτό ισχύει από την έκδοση v20210902 της εφαρμογής και μετά.



Εισαγωγή των δεδομένων:

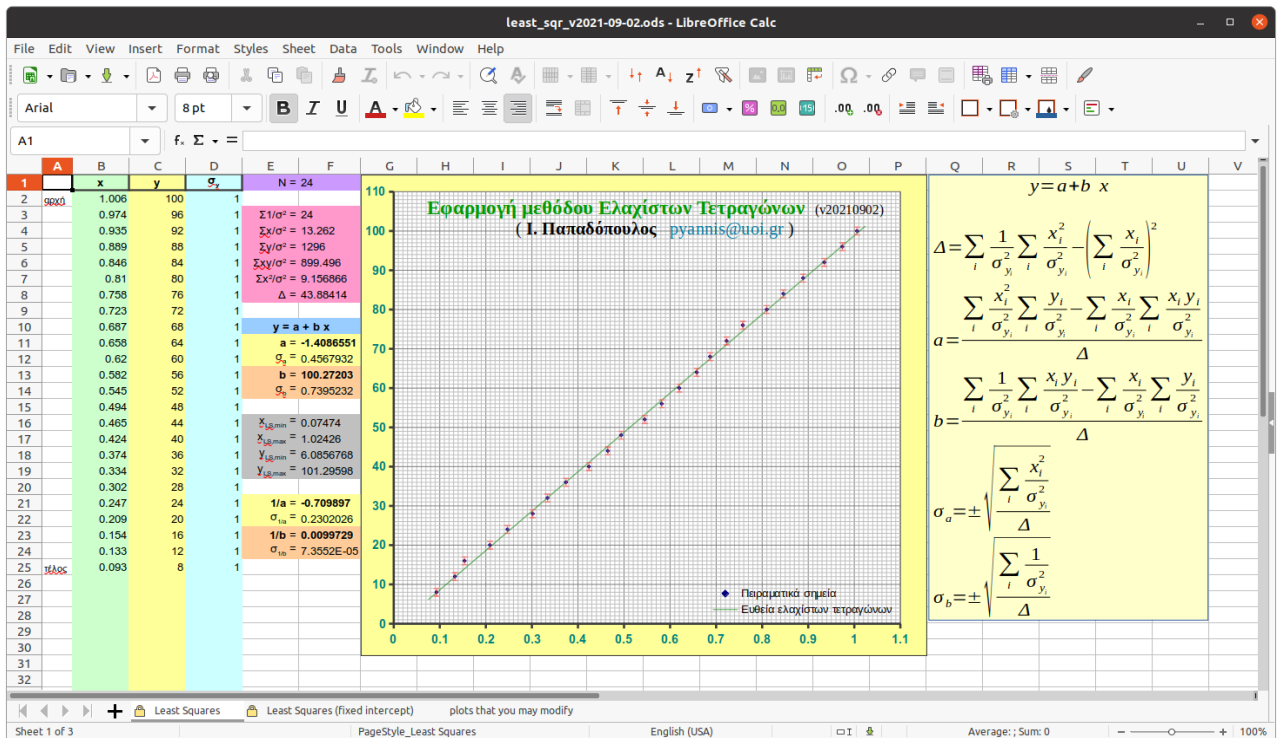
Τα δεδομένα x_i , y_i και σ_{y_i} εισάγονται στις στήλες B, C και D του φύλλου εργασίας αντίστοιχα, ξεκινώντας από την 2^η γραμμή. Οι υπολογισμοί γίνονται αυτομάτως κατά την εισαγωγή των δεδομένων, οπότε θα βλέπετε τους αριθμούς που υπολογίζονται και τα αντίστοιχα διαγράμματα να μεταβάλλονται αντίστοιχα.

Η αρχή και το τέλος των δεδομένων που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων σηματοδοτούνται από τις λέξεις «**αρχή**» και «**τέλος**» στη στήλη A. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί μέρος μόνο των δεδομένων. Στο διάγραμμα σχεδιάζονται όλα τα σημεία, τα δεδομένα των οποίων εισάγονται στις στήλες B, C και D, ανεξαρτήτως του αν χρησιμοποιούνται στη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για τους υπολογισμούς των παραμέτρων.

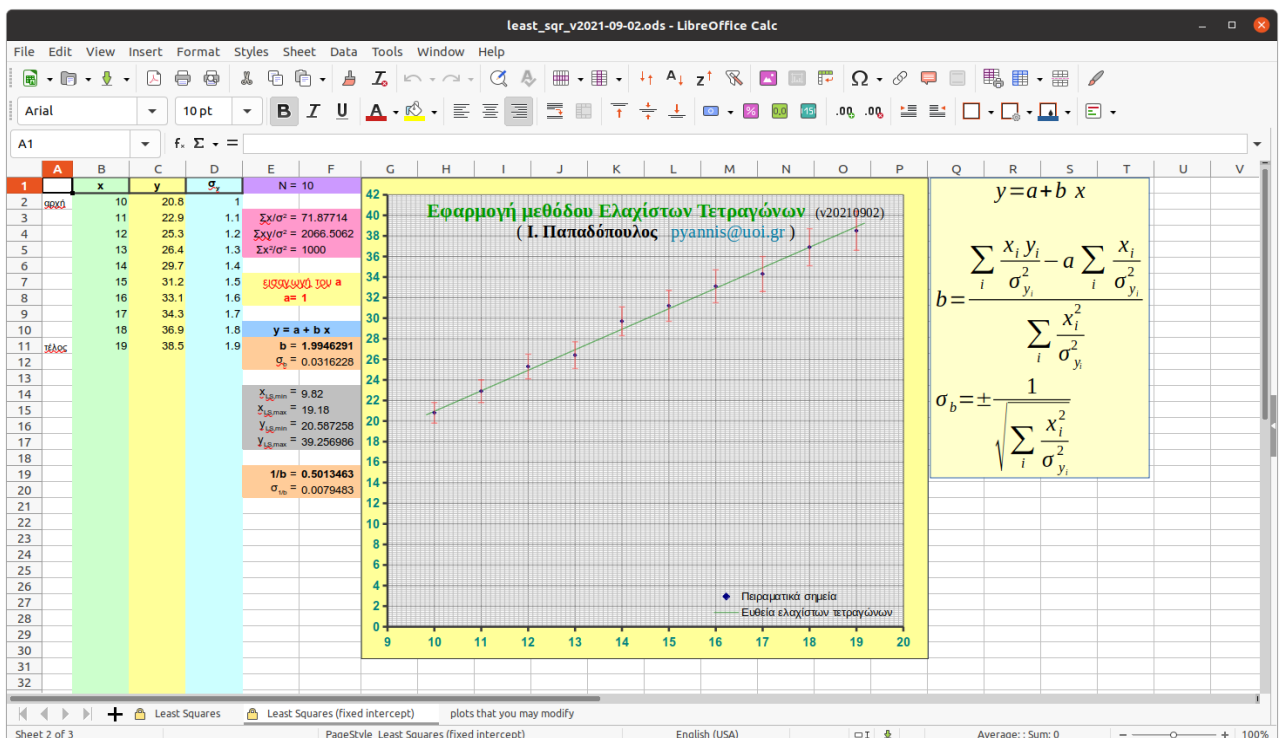
Στη γενική περίπτωση (φύλλο εργασίας «**Least Squares**»), μετά τη εισαγωγή των παραπάνω, γίνονται αυτόματα οι υπολογισμοί και εμφανίζονται τα αποτελέσματα όπως στο παράδειγμα του σχήματος 1.

Στην ειδική περίπτωση που είναι γνωστή η τεταγμένη επί την αρχή a (φύλλο εργασίας «**Least Squares (fixed intercept)**»), θα πρέπει επιπλέον να εισαχθεί η τιμή της παραμέτρου a στο κελί F8, όπως φαίνεται στο παράδειγμα του σχήματος 2, οπότε και γίνονται οι υπολογισμοί και εμφανίζονται τα αποτελέσματα.

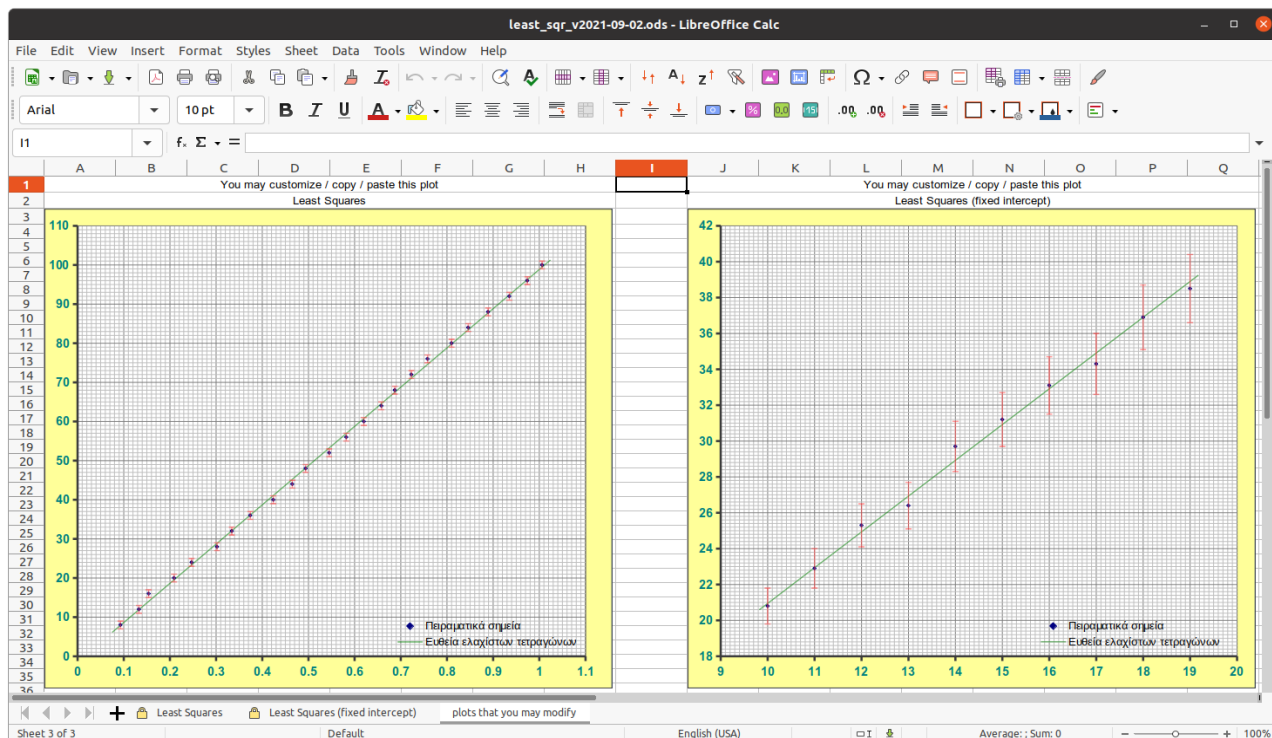
Τα κελιά που αφορούν τους υπολογισμούς και τα διαγράμματα είναι κλειδωμένα για την αποφυγή λαθών. Σε περίπτωση που θέλετε να αντιγράψετε ένα διάγραμμα, μπορείτε να το κάνετε χρησιμοποιώντας το αντίγραφό του που βρίσκεται στο τρίτο φύλλο εργασίας «**plots that you may modify**» (όπως φαίνεται στο παράδειγμα του σχήματος 3). Στα περιεχόμενα του φύλλου εργασίας «**plots that you may modify**», επιτρέπονται οι μεταβολές και η αντιγραφή στοιχείων του (π.χ. μπορείτε να προσθέσετε τίτλους στους άξονες, να αλλάξετε τα όριά τους κ.ο.κ.).



Σχήμα 1: Παράδειγμα της εφαρμογής στη γενική περίπτωση.



Σχήμα 2: Παράδειγμα της εφαρμογής στην περίπτωση που είναι γνωστή η τεταγμένη επί την αρχή a .



Σχήμα 3: Στα περιεχόμενα του φύλλου εργασίας «*plots that you may modify*», επιτρέπονται οι μεταβολές και η αντιγραφή στοιχείων του.