

# Εφαρμογή της μεθόδου Ελαχίστων Τετραγώνων σε MS Excel (v2005-10-10)

Ιωάννινα, 10 Οκτωβρίου 2005

Ιωάννης Παπαδόπουλος  
Τμήμα Φυσικής  
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων  
(pyannis@cc.uoi.gr)

## Εισαγωγή:

Έστω ένα σύνολο μετρήσεων  $y_i$  (με σφάλμα  $\sigma_{y_i}$ ) συναρτήσει του μεγέθους  $x_i$ , με το οποίο συνδέονται με γραμμική σχέση της μορφής  $y = a + b x$ .

Τα ζητούμενα από την εφαρμογή της μεθόδου των Ελαχίστων Τετραγώνων είναι οι παράμετροι  $a$  και  $b$ , καθώς και τα σφάλματα  $\sigma_a$  και  $\sigma_b$  αντίστοιχα.

Η εφαρμογή αυτή δέχεται τα δεδομένα των μετρήσεων και υπολογίζει τις παραπάνω παραμέτρους

## Μαθηματικές σχέσεις:

1. Γενική περίπτωση:

$$\Delta = \sum_i \frac{1}{\sigma_{y_i}^2} \sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2} - \left( \sum_i \frac{x_i}{\sigma_{y_i}^2} \right)^2$$
$$a = \frac{\sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2} \sum_i \frac{y_i}{\sigma_{y_i}^2} - \sum_i \frac{x_i}{\sigma_{y_i}^2} \sum_i \frac{x_i y_i}{\sigma_{y_i}^2}}{\Delta}$$
$$b = \frac{\sum_i \frac{1}{\sigma_{y_i}^2} \sum_i \frac{x_i y_i}{\sigma_{y_i}^2} - \sum_i \frac{x_i}{\sigma_{y_i}^2} \sum_i \frac{y_i}{\sigma_{y_i}^2}}{\Delta}$$
$$\sigma_a = \pm \sqrt{\frac{\sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2}}{\Delta}}$$
$$\sigma_b = \pm \sqrt{\frac{\sum_i \frac{1}{\sigma_{y_i}^2}}{\Delta}}$$

2. Ειδική περίπτωση, στην οποία είναι γνωστή η τεταγμένη επί την αρχή  $a$ :

$$b = \frac{\sum_i \frac{x_i y_i}{\sigma_{y_i}^2} - a \sum_i \frac{x_i}{\sigma_{y_i}^2}}{\sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2}}$$
$$\sigma_b = \pm \frac{1}{\sqrt{\sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_{y_i}^2}}}$$

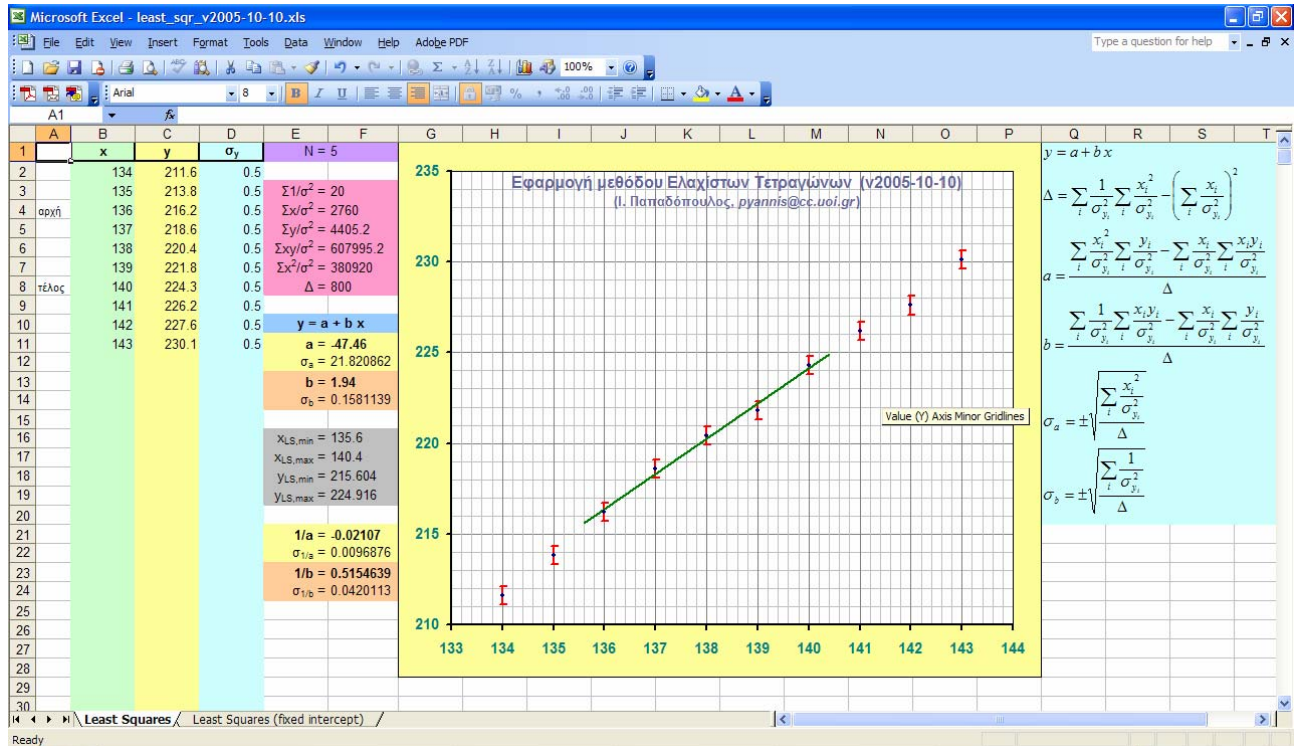
### Εισαγωγή των δεδομένων:

Τα δεδομένα  $x_i$ ,  $y_i$  και  $\sigma_{y_i}$  εισάγονται στις στήλες B, C και D του φύλλου εργασίας αντίστοιχα, ξεκινώντας από την 2<sup>η</sup> γραμμή.

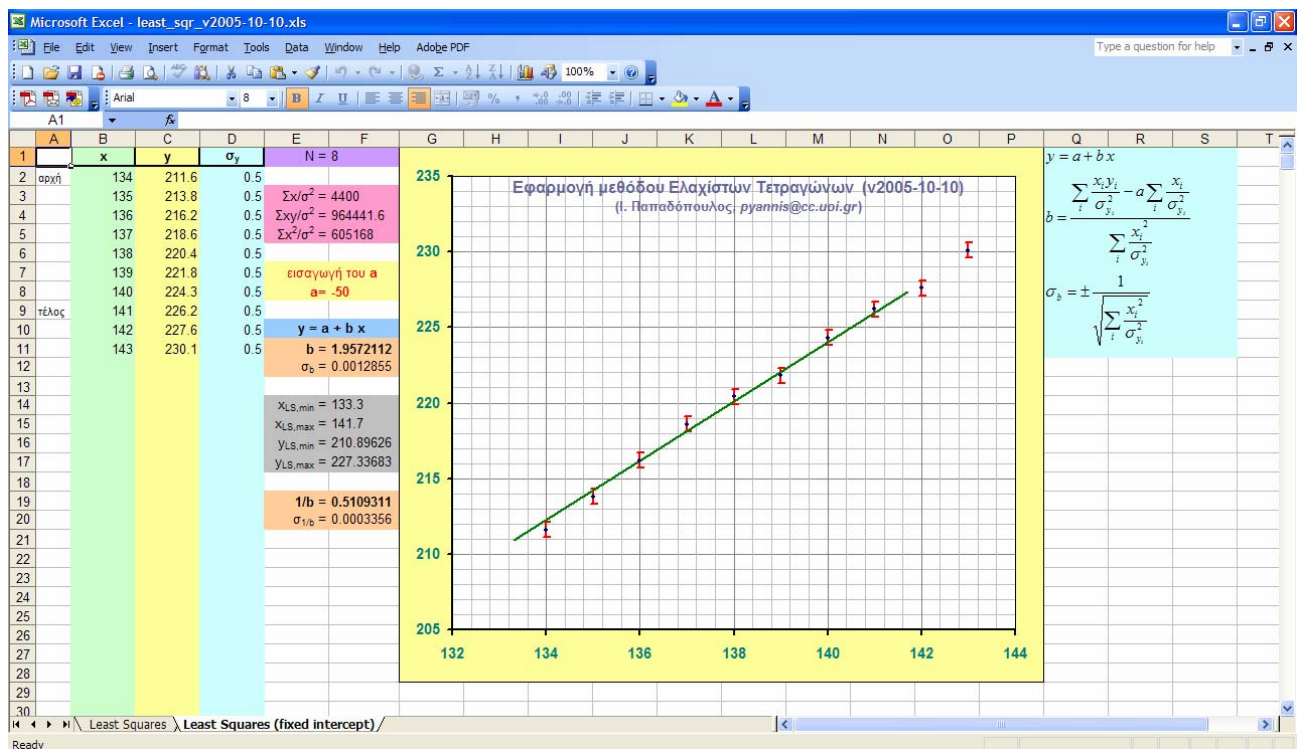
Η αρχή και το τέλος των δεδομένων που χρησιμοποιούνται στη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων σηματοδοτούνται από τις λέξεις «*αρχή*» και «*τέλος*» στη στήλη A. Με τον τρόπο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί μέρος μόνο των δεδομένων.

Στη γενική περίπτωση (φύλλο εργασίας «*Least Squares*»), μετά τη εισαγωγή των παραπάνω, γίνονται αυτόματα οι υπολογισμοί και εμφανίζονται τα αποτελέσματα όπως στο παράδειγμα του σχήματος 1.

Στην ειδική περίπτωση που είναι γνωστή η τεταγμένη επί την αρχή  $a$  (φύλλο εργασίας «*Least Squares (fixed intercept)*»), θα πρέπει επιπλέον να εισαχθεί η τιμή της παραμέτρου  $a$  στο κελί F8, όπως φαίνεται στο παράδειγμα του σχήματος 2, οπότε και γίνονται οι υπολογισμοί και εμφανίζονται τα αποτελέσματα.



Σχήμα 1: Παράδειγμα της εφαρμογής στη γενική περίπτωση.



Σχήμα 2: Παράδειγμα της εφαρμογής στην περίπτωση που είναι γνωστή η τεταγμένη επί την αρχή a.