Κεφάλαιο ΙΙΙ :
Εργαστηριακές ασκήσεις που αφορούν εντολές ελέγχου της ροής ενός προγράμματος.

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται εργαστηριακές ασκήσεις οι οποίες αφορούν κυρίως τις εντολές της Java οι οποίες ελέγχουν την ροή εκτέλεσης σε ένα πρόγραμμα Οι εντολές αυτές είναι οι ακόλουθες:

- **if-else και else-if**
- **switch**
- **while**
- **for**
- **do-while**

Στις εργαστηριακές ασκήσεις που ακολουθούν, εκτός από απλά προγράμματα τα οποία αναφέρονται στη χρήση των παραπάνω εντολών, παρουσιάζονται ασκήσεις οι οποίες αναφέρονται σε:

- **Διερεύνηση εξισώσεων**
- **Αναδρομικές σχέσεις**
- **Αριθμητικές σειρές**
- **Αναπτύγματα σε σειρές**

3.1 Λυμένες Ασκήσεις.

3.1.1 Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο να συγκρίνει μεταξύ τους δύο ακεραίους αριθμούς. Οι δύο ακέραιοι να εισαχθούν στο πρόγραμμα από το πληκτρολόγιο. Να χρησιμοποιήσετε την εντολή **if**.

Πρώτη πιθανή λύση με την χρήση της εντολής if σε απλή μορφή

```
import java.io.*;

class ExampleIf1
{
    public static void main(String[] arguments) throws IOException
    {
        InputStreamReader reader = new InputStreamReader(System.in);
        BufferedReader input = new BufferedReader(reader);

        System.out.print("Dosete ton proto akeraio   : ");
        String arithmos1 = input.readLine();     // Eisagogi tou arithmou 1
        int n1 = Integer.parseInt(arithmos1);    // Metaropi se akeraio

        System.out.print("Dosete ton deytero akeraio : ");
        String arithmos2 = input.readLine();     // Eisagogi tou arithmou 2
        int n2 = Integer.parseInt(arithmos2);    // Metaropi se akeraio

        if(n1<n2)
            System.out.println(n1 + " < " + n2);

        if(n1==n2)
            System.out.println(n1 + " = " + n2);

        if(n1>n2)
            System.out.println(n1 + " > " + n2);
    }
}
-:--  ExampleIf1.java      (Java Abbrev)--L27--All----------------------------
```

Η εκτέλεση του προγράμματος εικονίζεται παρακάτω:

```
[student1@pc244 kef3]$ javac ExampleIf1.java
[student1@pc244 kef3]$ java ExampleIf1
Dosete ton proto akeraio   : 22
Dosete ton deytero akeraio : 35
22 < 35
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java ExampleIf1
Dosete ton proto akeraio   : 44
Dosete ton deytero akeraio : 44
44 = 44
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java ExampleIf1
Dosete ton proto akeraio   : 56
Dosete ton deytero akeraio : -12
56 > -12
[student1@pc244 kef3]$
```

Δεύτερη πιθανή λύση με την χρήση της εντολής if-else και else-if

```java
import java.io.*;

class ExampleIf2
{
    public static void main(String[] arguments) throws IOException
    {
        InputStreamReader reader = new InputStreamReader(System.in);
        BufferedReader input = new BufferedReader(reader);

        System.out.print("Dosete ton proto akeraio   : ");
        String arithmos1 = input.readLine();     // Eisagogi tou arithmou 1
        int n1 = Integer.parseInt(arithmos1);    // Metaropi se akeraio

        System.out.print("Dosete ton deytero akeraio : ");
        String arithmos2 = input.readLine();     // Eisagogi tou arithmou 2
        int n2 = Integer.parseInt(arithmos2);    // Metaropi se akeraio

        if(n1<n2)
            System.out.println(n1 + " < " + n2);
        else if(n1==n2)
            System.out.println(n1 + " = " + n2);
        else
            System.out.println(n1 + " > " + n2);
    }
}
--:--  ExampleIf2.java      (Java Abbrev)--L25--All---------------------------
```

Και η δεύτερη λύση δίνει ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα όπως και η πρώτη.

3.1.2 Δίδεται η συνάρτηση:

$$f(n) = \frac{\sqrt{n^3 + n^2 + n + 1}}{n - 30}$$

όπου n ακέραιος. Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει την τιμή της για κάθε n το οποίο εισάγεται από το πληκτρολόγιο. Να γίνει διερεύνηση ώστε να αποκλεισθούν μη πραγματικές τιμές και τυχόν απειρισμοί της συνάρτησης.

Η παραπάνω συνάρτηση έχει πραγματικές τιμές όταν η υπόριζος ποσότητα είναι >=0. Επίσης η συνάρτηση απειρίζεται όταν n=30. Μια πιθανή λύση του προβλήματος είναι η ακόλουθη:

```
import java.io.*;

class ExampleFx
{
    public static void main(String[] arguments) throws IOException
    {
        InputStreamReader reader = new InputStreamReader(System.in);
        BufferedReader input = new BufferedReader(reader);

        System.out.print("Dosete enan akeraio arithmo n : ");
        String arithmos = input.readLine();           // Eisagogi tou arithmou
        int n = Integer.parseInt(arithmos);           // Metaropi se akeraio

        if((Math.pow(n,3)+Math.pow(n,2)+n+1.)<0.){    // Elegxos yporizou
            System.out.println("H parastasi den einai pragmatiki.");
            return;
        }

        if(n==30){                                    // Elegxos paronomasti
             System.out.println("H parastasi apeirizetai.");
             return;
        }

        double fx=Math.sqrt(Math.pow(n,3)+Math.pow(n,2)+n+1.)/(n-30);
        System.out.println("H timi tis parastasis gia n=" + n +" einai:" + fx);
    }
}
-:--  ExampleFx.java      (Java Abbrev)--L27--All----------------------------------
```

Η εκτέλεση του προγράμματος με μερικά παραδείγματα εικονίζεται παρακάτω.

```
[student1@pc244 kef3]$ javac ExampleFx.java
[student1@pc244 kef3]$ java ExampleFx
Dosete enan akeraio arithmo n : 20
H timi tis parastasis gia n=20 einai:-9.176600677810928
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java ExampleFx
Dosete enan akeraio arithmo n : -15
H parastasi den einai pragmatiki.
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java ExampleFx
Dosete enan akeraio arithmo n : 30
H parastasi apeirizetai.
[student1@pc244 kef3]$ 
```

3.1.3 Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο ως είσοδο να έχει έναν ακέραιο από το 1 έως το 7 και ως έξοδο να τυπώνει την αντίστοιχη ημέρα της εβδομάδας. Να χρησιμοποιήσετε την εντολή **switch**.

Μια πιθανή λύση του προβλήματος είναι η ακόλουθη:

```
import java.io.*;
class ExampleSwitch
{
    public static void main(String[] arguments) throws IOException
    {
        InputStreamReader reader = new InputStreamReader(System.in);
        BufferedReader input = new BufferedReader(reader);

        System.out.print("Dosete enan arithmo apo to 1 eos to 7 : ");
        String arithmos = input.readLine();     // Eisagogi tou arithmou
        int n = Integer.parseInt(arithmos);     // Metaropi se akeraio

        if(n<1 || n>7){             // Elegxos lanthasmenou ariumou
            System.out.println("Lathos arithmos.");
            return;
        }

        switch(n){
        case 1:
          System.out.println("H ptoti mera tis ebdomadas einai h Kiriaki.");
          break;
        case 2:
          System.out.println("H deyteri mera tis ebdomadas einai h Deytera.");
          break;
        case 3:
          System.out.println("H triti mera tis ebdomadas einai h Triti.");
          break;
        case 4:
          System.out.println("H tetarti mera tis ebdomadas einai h Tetarti.");
          break;
        case 5:
          System.out.println("H pempti mera tis ebdomadas einai h Pempti.");
          break;
        case 6:
          System.out.println("H ekti mera tis ebdomadas einai h Paraskeyi.");
          break;
        case 7:
          System.out.println("H ebdomi mera tis ebdomadas einai to Sabato.");
          break;
        }
    }
}
--:--  ExampleSwitch.java      (Java Abbrev)--L1--All-------------------------------
```

Η εκτέλεση του παραπάνω προγράμματος δίνει το παρακάτω αποτέλεσμα:

```
[student1@pc244 kef3]$ javac ExampleSwitch.java
[student1@pc244 kef3]$ java ExampleSwitch
Dosete enan arithmo apo to 1 eos to 7 : 3
H triti mera tis ebdomadas einai h Triti.
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java ExampleSwitch
Dosete enan arithmo apo to 1 eos to 7 : 7
H ebdomi mera tis ebdomadas einai to Sabato.
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java ExampleSwitch
Dosete enan arithmo apo to 1 eos to 7 : 15
Lathos arithmos.
[student1@pc244 kef3]$
```

3.1.4 Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο να τυπώνει δέκα τυχαίους ακεραίους αριθμούς. Να χρησιμοποιήσετε την κλάση Random. Να χρησιμοποιήσετε τις εντολές **for**, **while** και **do-while** σε τρία διαφορετικά προγράμματα.

Για να χρησιμοποιήσετε τυχαίους αριθμούς πρέπει αρχικά να εισάγετε την κλάση **java.util.Random**. Στη συνέχεια να την χρησιμοποιήσετε ώστε να κατασκευάσετε ένα αντικείμενο το οποίο να δημιουργεί τυχαίους αριθμούς (στο παράδειγμά μας το ονομάζουμε rndm). Στη συνέχεια το αντικείμενο αυτό με την μέθοδο **nextInt()** δημιουργεί τυχαίους ακεραίους αριθμούς από το –2147483648 έως το 2147483647. Εάν θέλετε αντί για ακεραίους να δημιουργήσετε τυχαίους αριθμούς τύπου float ή double από το 0 έως το 1 μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις μεθόδους **nextFloat()** και **nextDouble()** αντίστοιχα.

Μια πιθανή λύση με την χρήση της εντολής for είναι η ακόλουθη:

```
import java.util.Random;

class ExampleFor
{
    public static void main(String[] arguments)
    {
        Random rndm = new Random();     // Dimiourgia antikeimenou rndm

        for(int i=1;i<=10;i++){         // Dimiourgia 10 tixaion akeraion
            int n = rndm.nextInt();
            System.out.println(i + " : " + n);
        }

    }
}
-:--  ExampleFor.java      (Java Abbrev)--L15--All--------------------------
```

Η εκτέλεση του προγράμματος εικονίζεται παρακάτω. Κάθε φορά που το εκτελείτε δημιουργούνται νέοι τυχαίοι αριθμοί.

```
[student1@pc244 kef3]$ javac ExampleFor.java
[student1@pc244 kef3]$ java ExampleFor
1 : -91945960
2 : 1337595313
3 : -1524202170
4 : -1293980163
5 : -552120306
6 : -1739464318
7 : 458719539
8 : -1749964612
9 : -1286309473
10 : -425848434
[student1@pc244 kef3]$ 
```

Μια πιθανή λύση με την χρήση της εντολής **while** είναι η ακόλουθη:

```
import java.util.Random;

class ExampleWhile
{
    public static void main(String[] arguments)
    {
        Random rndm = new Random();     // Dimiourgia antikeimenou rndm

        int i=1;
        while(i<=10){                   // Dimiourgia 10 tixaion akeraion
            int n = rndm.nextInt();
            System.out.println(i + " : " + n);
            i++;
        }

    }
}
-:--  ExampleWhile.java      (Java Abbrev)--L17--All------------------------
```

Μια πιθανή λύση με την χρήση της εντολής **do-while** είναι η ακόλουθη:

```
import java.util.Random;

class ExampleDoWhile
{
    public static void main(String[] arguments)
    {
        Random rndm = new Random();     // Dimiourgia antikeimenou rndm

        int i=1;
        do{                             // Dimiourgia 10 tixaion akeraion
            int n = rndm.nextInt();
            System.out.println(i + " : " + n);
            i++;
        }while(i<=10);
    }
}
--:--  ExampleDoWhile.java      (Java Abbrev)--L16--All----------------------
```

Η εκτέλεση των παραπάνω προγραμμάτων δίνει το ίδιο αποτέλεσμα όπως και η πρώτη λύση.

3.1.5 Να γράψετε ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει το **παραγοντικό** ενός θετικού ακεραίου αριθμού n ο οποίος να εισάγετε από το πληκτρολόγιο. Προστατέψτε το πρόγραμμά σας από εισαγωγή αρνητικών ακεραίων αριθμών. Δίνονται:

n! = 1*2*3*…*(n-1)*n

0! = 1

Μια πιθανή λύση του προβλήματος είναι η ακόλουθη:

```
import java.io.*;

class Paragontiko
{
    public static void main(String[] arguments) throws IOException
    {
        InputStreamReader reader = new InputStreamReader(System.in);
        BufferedReader input = new BufferedReader(reader);

        System.out.print("Dosete ton akeraio n : ");
        String arithmos = input.readLine();        // Eisagogi tou arithmou
        int n = Integer.parseInt(arithmos);        // Metaropi se akeraio

        if(n<0){                // Elegxos gia n<0
        System.out.println("O ariumos n pou dosete einai <0");
        return;
        }

        double result = 1.;     // Arxikopoiisi tou apotelesmatos
        for(int i=1;i<=n;i++)   // Ypologismos paragontikou
            result*=i;

        System.out.println(n + "! = " + result);
    }
}
-:--  Paragontiko.java      (Java Abbrev)--L25--All---------------------------
```

Προσέξτε τον έλεγχο για αρνητικούς ακεραίους ο οποίος υλοποιείται με μια απλή εντολή if. Ακολουθούν παραδείγματα εκτέλεσης του προγράμματος.

```
[student1@pc244 kef3]$ javac Paragontiko.java
[student1@pc244 kef3]$ java Paragontiko
Dosete ton akeraio n : 5
5! = 120.0
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java Paragontiko
Dosete ton akeraio n : 18
18! = 6.402373705728E15
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java Paragontiko
Dosete ton akeraio n : 78
78! = 1.1324281178206295E115
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java Paragontiko
Dosete ton akeraio n : -3
O ariumos n pou dosete einai <0
[student1@pc244 kef3]$ 
```

3.1.6 Δίνεται η αναδρομική σχέση

$$a_n = \frac{3a_{n-1}^2 - 1}{a_{n-1}}, \text{ με } a_0 = 1$$

Να γραφεί ένα πρόγραμμα για n=1,2,3,4… με την βοήθεια του οποίου να υπολογίζετε την τιμή του n-οστου όρου (όπου το n να εισάγεται από το πληκτρολόγιο). Εκτελέστε το πρόγραμμα και υπολογίστε τους όρους για n= 2, 5, 10, 20.

Μια πιθανή λύση είναι η ακόλουθη:

```
import java.io.*;

class Anadromiki
{
    public static void main(String[] arguments) throws IOException
    {
        InputStreamReader reader = new InputStreamReader(System.in);
        BufferedReader input = new BufferedReader(reader);

        System.out.print("Dosete ton arithmo n : ");
        String arithmos = input.readLine();        // Eisagogi tou arithmou
        int n = Integer.parseInt(arithmos);        // Metaropi se akeraio

        double an=1.;     // Arxikopoiisi
        for(int i=1;i<=n;i++)
            an=(3.*Math.pow(an,2)-1.)/an;

        System.out.println("O " + n + "-stos oros = " + an);

    }
}
--:--  Anadromiki.java      (Java Abbrev)--L21--All----------------------------
```

Η εκτέλεση του προγράμματος εικονίζεται παρακάτω:

```
[student1@pc244 kef3]$ javac Anadromiki.java
[student1@pc244 kef3]$ java Anadromiki
Dosete ton arithmo n : 2
O 2-stos oros = 5.5
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java Anadromiki
Dosete ton arithmo n : 5
O 5-stos oros = 146.65933963742097
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java Anadromiki
Dosete ton arithmo n : 10
O 10-stos oros = 35637.59820347423
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java Anadromiki
Dosete ton arithmo n : 20
O 20-stos oros = 2.104364535695601 5E9
[student1@pc244 kef3]$ []
```

3.1.7 Δίνεται η ακόλουθη αριθμητική σειρά:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Να αναπτύξετε ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει χωριστά τα δύο μέρη της αριθμητικής σειράς και να επαληθεύσετε τις σχέσεις με μερικά παραδείγματα. Το n να δίνεται από το πληκτρολόγιο. Εκτελέστε το πρόγραμμα για n=5 και n=13.

Μια πιθανή λύση είναι η ακόλουθη:

```
import java.io.*;

class Seira1
{
    public static void main(String[] arguments) throws IOException
    {
        InputStreamReader reader = new InputStreamReader(System.in);
        BufferedReader input = new BufferedReader(reader);

        System.out.print("Dosete ton akeraio n : ");
        String arithmos = input.readLine();     // Eisagogi tou arithmou
        int n = Integer.parseInt(arithmos);     // Metaropi se akeraio

        double left_side=0.;                    // arxikopoihsi

        for(int i=1;i<=n;i++)                   // Ypologismos aristerou melous
            left_side+=Math.pow(i,2);

        double right_side=(n*(n+1)*(2*n+1))/6.; // Ypologismos dexiou melous

        System.out.println("Aristero melos gia n=" + n + "  = " + left_side);
        System.out.println("Dexi melos gia n=" + n + "  = " + right_side);

    }
}
--:--  Seira1.java       (Java Abbrev)--L25--All------------------------------------
```

Η εκτέλεση του προγράμματος εικονίζεται παρακάτω:

```
[student1@pc244 kef3]$ javac Seira1.java
[student1@pc244 kef3]$ java Seira1
Dosete ton akeraio n : 5
Aristero melos gia n=5  = 55.0
Dexi melos gia n=5  = 55.0
[student1@pc244 kef3]$
[student1@pc244 kef3]$ java Seira1
Dosete ton akeraio n : 13
Aristero melos gia n=13  = 819.0
Dexi melos gia n=13  = 819.0
[student1@pc244 kef3]$
```

3.1.8 Δίνεται η ακόλουθη σειρά:

$$\frac{1}{1^4}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{5^4}+\frac{1}{7^4}+....=\frac{\pi^4}{96}$$

Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει αρχικά την τιμή σύγκλισης της σειράς, Στη συνέχεια να κάνετε έναν πίνακα ο οποίος να περιέχει τα αθροίσματα με 1,2,3 έως 12 όρους. Παρατηρείστε την σύγκλιση.

Μια πιθανή λύση είναι η ακόλουθη:

```
class Seira2
{
    public static void main(String[] arguments)
    {

        System.out.println("H seira sigklinei sto : " + Math.pow(Math.PI,4)/96.);

        double seira=0.;
        for(int i=1;i<=10;i++) {
            int j=2*i-1;
            seira+=1./Math.pow(j,4);
            System.out.println("i=" + i + "  Seira = " + seira );
        }
    }
}

--:--  Seira2.java      (Java Abbrev)--L16--All-----------------------------------
```

Η εκτέλεση του προγράμματος εικονίζεται παρακάτω:

```
[student1@pc244 kef3]$ javac Seira2.java
[student1@pc244 kef3]$ java Seira2
H seira sigklinei sto : 1.014678031604192
i=1  Seira = 1.0
i=2  Seira = 1.0123456790123457
i=3  Seira = 1.0139456790123458
i=4  Seira = 1.0143621721402092
i=5  Seira = 1.014514587930485
i=6  Seira = 1.0145828892760216
i=7  Seira = 1.0146179020556862
i=8  Seira = 1.014637655142106
i=9  Seira = 1.0146496281788273
i=10  Seira = 1.014657301539222
[student1@pc244 kef3]$ 
```

3.2 Ασκήσεις.

3.2.1 Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει την ρίζα ενός πραγματικού αριθμού (θετικού, μηδέν ή αρνητικού). Ο πραγματικός αριθμός να εισάγετε από το πληκτρολόγιο.

3.2.2 Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(n) = \frac{\sqrt{5n^3 + 3n + 1}}{(n-5)(n-12)}$$

$$f(x) = \ln(x)\sqrt{x^5 + x^3 + x}$$

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{2x-10}} - 4}{\ln(x)}$$

όπου x πραγματικός αριθμός και n ακέραιος. Να γραφεί ένα πρόγραμμα για κάθε μία συνάρτηση το οποίο να υπολογίζει την τιμή της για κάθε n ή x το οποίο εισάγεται από το πληκτρολόγιο. Να γίνει διερεύνηση ώστε να αποκλεισθούν μη πραγματικές τιμές και τυχόν απειρισμοί της συνάρτησης.

3.2.3 Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει τις πραγματικές λύσεις του τριωνύμου:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

όπου οι a, b, c είναι πραγματικοί αριθμοί. Να γίνει **πλήρης διερεύνηση** του προβλήματος. Δίνονται:

$$D = b^2 - 4ac\,,\quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3.2.4 Λύστε το προηγούμενο πρόγραμμα ώστε να υπολογίζει και τις πραγματικές και τις μιγαδικές λύσεις του τριωνύμου.

3.2.5 Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει όλες τις λύσεις της τριτοβάθμιας εξίσωσης:

$$x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3 = 0$$

όπου οι a_1, a_2, a_3 είναι πραγματικοί αριθμοί. Να γίνει **πλήρης διερεύνηση** του προβλήματος.

Υπόδειξη: Δίνεται η γενική λύση του προβλήματος:

Έστω $Q = \dfrac{3a_2 - a_1^2}{9}$, $R = \dfrac{9a_1 a_2 - 27a_3 - 2a_1^3}{54}$, $S = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^2}}$ και $T = \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^2}}$

τότε

$$x_1 = S + T - \frac{1}{3}a_1$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}(S+T) - \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{2}i\sqrt{3}(S-T)$$

$$x_3 = -\frac{1}{2}(S+T) - \frac{1}{3}a_1 - \frac{1}{2}i\sqrt{3}(S-T)$$

Ορίζουμε ως διακρίνουσα την $D = Q^3 + R^2$ τότε έχουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις:
Εάν $D < 0$ τότε όλες οι ρίζες είναι πραγματικές και άνισες μεταξύ τους.
Εάν $D = 0$ τότε όλες οι ρίζες είναι πραγματικές και τουλάχιστον δύο ίσες μεταξύ τους.
Εάν $D > 0$ τότε μία ρίζα είναι πραγματική και οι άλλες δύο μιγαδικές.

3.2.6 Να γραφεί ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει το άθροισμα $\sum_{n=1}^{n=m} n$. Ο ακέραιος αριθμός m να εισάγετε από το πληκτρολόγιο. Εκτελέστε το πρόγραμμα και εκτυπώστε το αποτέλεσμα για m=100 και m=200.

3.2.7 Δίνονται οι ακόλουθες αναδρομικές σχέσεις:

$a_n = \dfrac{a_{n-1}^3 - 2a_{n-1}}{a_{n-1}^2}$, με $a_0 = 1$ η οποία ορίζεται για n>0

$a_n = \dfrac{4a_{n-1}^3 + 2a_{n-1}}{3a_{n-1}^2}$, με $a_0 = 1$ η οποία ορίζεται για n>0

$a_n = \dfrac{2a_{n-1}^4 + a_{n-1}^2}{a_{n-1}^3 + a_{n-1}}$, με $a_0 = 1$ η οποία ορίζεται για n>0

$a_n = 2a_{n-1}^2 - a_{n-2} + 4$, με $a_0 = 1$ και $a_1 = 2$ η οποία ορίζεται για n>1

$a_n = \dfrac{a_{n-1} + a_{n-3}}{a_{n-2}}$, με $a_0 = 1$, $a_1 = 2$ και $a_2 = 3$ η οποία ορίζεται για n>2

Να γραφούν προγράμματα για τον υπολογισμό του n-οστου όρου (όπου το n να εισάγεται από το πληκτρολόγιο). Εκτελέστε τα προγράμματα και υπολογίστε τους όρους για n= 3, 5, 10 και 15.

3.2.8 Δίνονται οι ακόλουθες αριθμητικές σειρές:

$$1+2+3+....+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$1+3+5+....+(2n-1)=n^2$$

$$1^3+2^3+3^3+....+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}=(1+2+3+....+n)^2$$

$$1^4+2^4+3^4+....+n^4=\frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$$

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-....=\ln 2$$

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-....=\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+....=\frac{\pi^2}{6}$$

$$\frac{1}{1\bullet 3}+\frac{1}{3\bullet 5}+\frac{1}{5\bullet 7}+\frac{1}{7\bullet 9}+....=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1\bullet 3}+\frac{1}{2\bullet 4}+\frac{1}{3\bullet 5}+\frac{1}{4\bullet 6}+....=\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{1^2\bullet 3^2}+\frac{1}{3^2\bullet 5^2}+\frac{1}{5^2\bullet 7^2}+\frac{1}{7^2\bullet 9^2}+....=\frac{\pi^2-8}{16}$$

Για κάθε μια από αυτές να αναπτύξετε ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει χωριστά τα δύο μέρη της αριθμητικής προόδου και να επαληθεύσετε τις σχέσεις με μερικά παραδείγματα. Το n να δίνεται από το πληκτρολόγιο.

3.2.9 Δίνονται οι ακόλουθες σειρές Taylor:

$$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - .... \qquad \text{για} \qquad -1 < x < 1$$

$$(1+x)^{-2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - .... \qquad \text{για} \qquad -1 < x < 1$$

$$(1+x)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1 \bullet 3}{2 \bullet 4}x^2 - \frac{1 \bullet 3 \bullet 5}{2 \bullet 4 \bullet 6}x^3 + ... \qquad \text{για} \qquad -1 < x \le 1$$

$$(1+x)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2 \bullet 4}x^2 + \frac{1 \bullet 3}{2 \bullet 4 \bullet 6}x^3 - .... \qquad \text{για} \qquad -1 < x \le 1$$

$$a^x = e^{x \ln a} = 1 + x \ln a + \frac{(x \ln a)^2}{2!} + \frac{(x \ln a)^3}{3!} + ... \qquad \text{για} \qquad -\infty < x < \infty$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + ... \qquad \text{για} \qquad -1 < x \le 1$$

$$\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + ... \qquad \text{για} \qquad -1 < x < 1$$

$$\frac{\ln(1+x)}{1+x} = x - \left(1 + \frac{1}{2}\right)x^2 + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)x^3 - .... \qquad \text{για} \qquad |x| < 1$$

Για κάθε μια από αυτές να αναπτύξετε ένα πρόγραμμα το οποίο να υπολογίζει χωριστά τα δύο μέρη των παραστάσεων και να επαληθεύσετε τις σχέσεις με μερικά παραδείγματα. Τα x και n να δίνονται από το πληκτρολόγιο.